

MEMOIRE PROFESSIONNEL  
CAPA-SH OPTION D  
SESSION 2012

FLORENCE HENRION  
PROFESSEUR DES ECOLES

# ***JE FAIS QUELLE OPERATION ?***

Résolution de problèmes numériques  
avec des élèves déficients intellectuels légers

**ANNEE 2011-2012**

# Sommaire

<b>Introduction</b> .....	1
<b>1. Cadre de l'étude</b> .....	2
1.1. Présentation de l'établissement .....	2
1.2. Présentation de la classe .....	3
1.3 Les élèves du groupe choisis .....	3
1.4 Des particularités individuelles au projet de groupe .....	6
<b>2. Préalables</b> .....	7
2.1 Quels problèmes choisir ? : La typologie de Gérard Vergnaud .....	7
2.2 Les phases de résolution d'un problème .....	8
• La construction de la représentation de l'énoncé .....	8
• L'élaboration d'une procédure .....	9
• L'instanciation et l'exécution .....	9
• Le processus de preuve et la communication du résultat .....	9
<b>3. Les étapes de la pédagogie des gestes mentaux</b> .....	10
3.1 Apports théoriques .....	10
3.2 En pratique .....	11
3.2.1 Hypothèses de travail .....	11
3.2.2 Résolutions de problèmes et évocations .....	12
3.2.3 Informations recueillies sur les profils des élèves .....	20
3.3 Le bilan .....	21
<b>4. Enjeux de la schématisation</b> .....	21
4.1 Apports théoriques .....	21
4.1.1 Caractéristiques du schéma .....	22
4.1.2 Les divers systèmes de représentation .....	22
4.1.3 Mises en garde .....	22
4.2 En pratique .....	23
4.2.1 Données préalables .....	23
4.2.2 Résolutions de problèmes et schématisations .....	24
4.3 Le bilan .....	29
<b>Conclusion</b> .....	29

<b>Bibliographie</b> .....	<b>I</b>
<b>Annexe 1</b> .....	<b>III</b>
<b>Annexe 2</b> .....	<b>IV</b>
<b>Annexe 3</b> .....	<b>VI</b>
<b>Annexe 4</b> .....	<b>VII</b>
<b>Annexe 5</b> .....	<b>VIII</b>
<b>Annexe 6</b> .....	<b>IX</b>
<b>Annexe 7</b> .....	<b>X</b>
<b>Annexe 8</b> .....	<b>XI</b>
<b>Annexe 9</b> .....	<b>XII</b>
<b>Annexe 10</b> .....	<b>XIII</b>

*"Apprendre autrement" signifie davantage réfléchir  
à l'action quotidienne et l'enrichir progressivement  
que bouleverser soudainement la pratique.*

PERRAUDEAU Michel,  
*Les méthodes cognitives,*  
Armand Colin, Paris, 1996, p.10

## Introduction

Je travaille depuis deux ans dans un institut médico-éducatif (IME) qui accueille des enfants déficients intellectuels légers. Ce type de déficience désigne une incapacité se manifestant par des limitations dans le fonctionnement de l'intelligence (raisonnement, planification, résolution de problèmes, pensée abstraite, compréhension d'idées complexes, symbolisation...). Les élèves de ma classe sont des préadolescents et adolescents rencontrant des difficultés diverses en fonction de leur handicap. Leurs acquisitions scolaires se font à un rythme plus lent et de façon inégale en fonction des matières, impliquant une adaptation de l'enseignement qui leur est proposé.

Les séquences que je vais présenter relèvent du domaine "nombres et calculs", concernent des résolutions de problèmes et se situent entre le palier 1<sup>1</sup> et le palier 2<sup>2</sup> du socle commun. La résolution de problème met en jeu beaucoup de compétences entre lesquelles il faut faire des allers-retours : compétences de maîtrise de la langue orale et écrite, compétences de traitement de la représentation sémantique globale, compétences mathématiques, compétences transversales. La mise en relation de toutes ces compétences s'avère difficile à cause du handicap de ces élèves. On peut analyser leur questionnement sur l'opération à faire avant tout comme un problème d'autonomie, certainement dû à un déficit de la représentation des énoncés. La représentation constituant ici une image mentale élaborée qui porterait en elle-même le modèle de réponse<sup>3</sup> et leur permettrait de choisir les outils adaptés à la résolution.

On peut alors se demander comment aider des élèves déficients à se faire une représentation juste des énoncés de problèmes numériques et les résoudre.

Quels énoncés choisir pour cela ? Quels sont les étapes de la résolution d'un problème ? La pédagogie de la gestion mentale peut-elle constituer une aide ? L'utilisation éventuelle du schéma peut-elle renforcer la représentation et contribuer à résoudre des problèmes, en aidant les élèves à choisir les bons outils ?

Afin de répondre à ces questions, il me fallait tout d'abord approfondir ma connaissance du profil cognitif des élèves, en fonction de critères déterminants pour la résolution de problèmes numériques<sup>4</sup>. Je devais ensuite me pencher sur les supports didactiques : quels problèmes choisir et

---

<sup>1</sup> Extrait des programmes de 2008 : Mathématiques, nombres et calculs : *les élèves mémorisent et utilisent les tables d'addition et de multiplication (par 2, 3, 4 et 5), ils apprennent les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction, celle de la multiplication et apprennent à résoudre des problèmes faisant intervenir ces opérations.*

<sup>2</sup> Extrait des programmes de 2008 : Mathématiques, nombres et calculs : *La résolution de problèmes liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement.*

<sup>3</sup> HERVE Pascal, 2005, p. 96.

<sup>4</sup> B.O. spécial du 8 mai 1997 : Référentiels de compétences des enseignants spécialisés : Référentiel spécifique de l'option D : 3.2.3.1 *apprenne à observer les conduites de l'enfant et sache évaluer les acquis dans différents domaines.*

pourquoi ? Je devais également identifier les difficultés rencontrées par les élèves lors des résolutions de problèmes<sup>5</sup>. Dès lors, il fallait adapter ma pédagogie<sup>6</sup>.

Afin d'améliorer les représentations que se faisaient les élèves et favoriser leur compréhension des énoncés, j'ai choisi la voie de la métacognition par le biais de la pédagogie de la gestion mentale<sup>7</sup>. Lors d'observations précédentes, l'absence de dessins ou de schéma fait spontanément m'a toujours intriguée. C'est pourquoi j'ai décidé d'approfondir cette piste afin de voir dans quelle mesure cela pourrait constituer une aide à la résolution de problèmes numériques<sup>8</sup>.

Dans un premier temps, je présenterai le cadre de l'étude. J'étudierai ensuite les données préalables concernant le choix des textes de problèmes ainsi que l'analyse du stade où il faut apporter une aide aux élèves. A partir de cela, je verrai dans quelle mesure la pédagogie des gestes mentaux peut constituer une aide pour ces élèves déficients intellectuels. Enfin j'examinerai les enjeux de la schématisation et l'aide qu'elle peut éventuellement apporter à de tels élèves.

## **1. Cadre de l'étude**

### **1.1. Présentation de l'établissement**

L'IME dans lequel je travaille est un établissement public national qui accueille 45 enfants âgés de 6 à 14 ans, déficients intellectuels légers et moyens pouvant présenter des troubles associés. Ils sont présents pendant toute l'année scolaire y compris les mercredis et la moitié des vacances. L'institut comporte un internat.

Tous les élèves sont scolarisés et partagent leur temps entre la classe et leur groupe de socialisation. L'équipe pluridisciplinaire se compose du personnel administratif, social, paramédical, médical, éducatif, enseignant. Elle examine régulièrement les projets individuels de chaque jeune. Des synthèses pédagogiques et générales ont lieu chaque semaine. Des prises en charge individuelles en psychothérapie, psychomotricité ainsi qu'en orthophonie sont organisées, dans l'établissement ou à l'extérieur. Les relations avec les familles sont entretenues régulièrement en fonction des besoins. Deux éducateurs font des visites au sein des familles pour un soutien à la parentalité. Un groupe de parole avec les familles est organisé tous les deux mois à l'IME. Il existe également des groupes de parole pour les jeunes.

Les jeunes sont répartis sur cinq groupes de socialisation qui ont tous leur spécificité.

Les quatre classes sont constituées par niveau. La lecture est organisée en module par le biais d'un décloisonnement entre les quatre enseignantes. Deux après-midi par semaine sont consacrés à des projets partagés enseignant-éducateur.

---

<sup>5</sup> *idem* : 2.2.3.1 sache à partir des tests d'évaluation des compétences, élaborer et mettre en œuvre des projets éducatifs individualisés.

<sup>6</sup> *idem* : 1.2.5.2 s'initie aux différentes pratiques pédagogiques visant la remédiation cognitive.

<sup>7</sup> *idem* : 2.2.5.2 favorise la prise de conscience par les élèves de leurs stratégies d'apprentissage et de leurs procédures intellectuelles afin de les aider à les contrôler et à les améliorer.

<sup>8</sup> *idem* : 2.2.3.3 favorise l'accès aux différents systèmes de symbolisation.

## 1.2. Présentation de la classe

Les onze élèves du groupe classe avec lequel je travaille sont d'un niveau hétérogène qu'on peut globalement évaluer milieu et fin de cycle 2. Ils sont tous lecteurs à une exception près. Un élève, Léon, est arrivé en cours d'année d'une CLIS 1<sup>9</sup>. Un élève est en inclusion à l'IME trois jours par semaine, il vient d'un service de psychiatrie infanto-juvénile. Une élève, Paula, est en inclusion dans un IMPro, un jour par semaine. Un élève, Éric, va partir en inclusion en SEGPA. Ils sont âgés de 11 à 15 ans et appartiennent majoritairement au groupe de socialisation des préadolescents. Cette période dans laquelle ils se trouvent les rend vulnérables et une fragilité émotionnelle peut engendrer chez certains des attitudes d'opposition dans lesquelles ils peuvent s'enliser. La rigidité de leur comportement adaptatif en est sans doute responsable. Six d'entre eux sont sortants.

Nous avons regroupé les jeunes par niveau sur les trois plages horaires de la matinée. Ils partagent leur temps entre l'école, un travail avec l'éducateur sportif ou un groupe de socialisation. La première plage est consacrée à la lecture avec douze jeunes d'un niveau fin de cycle 2, la deuxième, consacrée aux apprentissages mathématiques, regroupe six jeunes d'un niveau fin de cycle 2 et la troisième quatre jeunes, plutôt de milieu de cycle 2. C'est avec cinq des jeunes de la deuxième plage que je vais mener mon étude, le sixième étant d'un niveau légèrement supérieur.

## 1.3 Les élèves du groupe choisis

Le style d'apprentissage des élèves a été établi à partir d'observations en classe (et non de tests). Il ne s'agit que de tendances dominantes sélectionnées à partir du travail de Michel Perraudau<sup>10</sup> qui note que *dans le cadre général de la résolution de problèmes, on peut d'abord repérer les styles cognitifs qui sont attachés à la prise d'information, donc liés à la perception : c'est le cas de la dépendance-indépendance par rapport au champ*. C'est le psychologue Hermann Witkin (1916-1979) qui a étudié ce style selon lequel peut être considéré comme dépendant à l'égard du champ l'élève qui aura besoin de structure définie par l'enseignant pour lequel il sera important d'avoir un cadre général fixant le savoir. Par exemple, l'élève aura tendance à répéter mot à mot ce qu'aura dit le professeur. L'élève indépendant fera lui confiance à ses repères personnels, son action sera *apparemment peu liée au contexte* et il manifestera une *autonomie vis-à-vis de l'autre*. Il aura tendance à reformuler le savoir de façon personnalisée.

*On peut ensuite identifier quelques styles relatifs à la production d'hypothèses : Seymour Papert observe que certains individus procèdent par approche structurée tandis que les autres agissent de manière plus originale et informelle*. Ce mathématicien et informaticien a observé ces différents profils, selon lesquels on peut dire qu'un élève a une approche dure de l'objet

---

<sup>9</sup> Classe pour l'inclusion scolaire concernant les enfants atteints d'un handicap mental.

<sup>10</sup> PERRAUDEAU Michel, 1996, p. 46-55.

d'apprentissage, s'il organise son savoir, s'il le structure et le programme. La maîtrise douce concerne les élèves ayant plutôt une approche d'artiste, de bricoleur ou de chercheur.

Lorsque mes observations me l'ont permis, j'ai noté ces deux tendances chez les élèves du groupe et j'ai de plus déterminé s'ils étaient plutôt de style à dominante impulsive ou réflexive en référence à Jérôme Kagan<sup>11</sup>. Ce psychologue a mis en évidence des profils à tendance impulsive, c'est-à-dire des individus aux réactions immédiates, par opposition aux individus à tendance réflexive qui construisent leur réponse mentalement avant de la livrer.

**Léon**, 12 ans, issu d'une CLIS 1 est arrivé dans l'établissement parce qu'une place se libérait en novembre 2011. Il ne bénéficie d'aucun suivi particulier pour le moment.

Sur le plan scolaire, c'est un bon lecteur, avec une bonne compréhension, mais qui a besoin d'être rassuré. Son style d'apprentissage est orienté vers la dépendance par rapport au champ. En effet, il a tendance à restituer les propos en reprenant fidèlement le vocabulaire et la syntaxe. Il est plutôt de style réflexif face à une consigne, il prend le temps avant de résoudre un problème, envisage toutes les éventualités. Il a tendance à adopter une démarche de bricoleur face à une tâche : cette approche douce de l'apprentissage se manifeste par de nombreux essais et tests avant d'opter pour une solution.

**Coralie**, 13 ans, fréquente l'IME depuis la rentrée 2009. Elle était auparavant dans une CLIS 1. Elle participe à un groupe de parole.

Les tests cognitifs laissent apparaître une bonne discrimination visuelle et un bon repérage dans l'espace. En revanche, elle a des problèmes de mémoire de travail et sa concentration faiblit dans le temps et ne peut être soutenue. Sa disposition à accueillir du nouveau et sa capacité de flexibilité mentale ne sont pas optimum.

Elle souffre d'un trouble du langage oral, mais a une bonne compréhension de ce qu'elle lit. En mathématiques, elle a besoin d'aménagements notamment pour effectuer des calculs, ainsi que pour lire les nombres. D'une façon générale, elle est plutôt dépendante du champ, elle a besoin du cadre fixé par l'enseignant. Elle est plutôt impulsive et se jette dans les résolutions de problèmes rapidement.

**Olivia**, 11 ans, est arrivée dans l'établissement à la rentrée 2011, où elle est accueillie en internat complet. Précédemment, elle était en IME avec une inclusion en CLIS 1. Elle ne bénéficie d'aucun suivi.

Les tests cognitifs laissent apparaître notamment une incapacité à mobiliser une réflexion malgré sa volonté.

Au niveau scolaire, elle a une lecture saccadée mais qui n'entrave pas sa compréhension des textes. En classe, lors des résolutions de problèmes, elle se raccroche au moindre indice qui pourrait lui donner la réponse. Elle a tendance à être dépendante des autres, à vouloir copier. Elle a un profil

---

<sup>11</sup> *Idem* p. 48-50.



plutôt de dépendance par rapport au champ. Elle est impulsive dans sa mise au travail, il faut donner une réponse, même sans réfléchir. Elle n'aime pas trop l'effort et peut mettre en place des stratégies d'évitement.

**Paula**, 13 ans, est arrivée dans l'établissement à la rentrée 2010 où elle est accueillie en internat aménagé. Elle vient d'une CLIS 1. Elle bénéficie d'un suivi psychothérapeutique et participe à un groupe de parole.

Les tests cognitifs mettent en exergue une vitesse de traitement de l'information remarquable. Elle a des problèmes plutôt situés au niveau de la mémoire de travail car elle a des difficultés à maintenir une information et à l'utiliser dans des opérations intellectuelles complexes. Ses problèmes psychologiques peuvent la faire entrer en résistance contre l'adulte.

Au niveau scolaire, sa rapidité d'exécution peut faire illusion mais les consignes sont souvent mal comprises, ce qui compromet son autonomie pour des tâches en dehors de ce qu'elle sait bien faire ; elle est plutôt de style impulsif. Elle a tendance à aborder les tâches avec une démarche douce, en faisant des recherches tous azimuts, sans planification. Elle a une attitude très scolaire, très demandeuse, elle aide volontiers et est attentive à son environnement. On peut penser qu'elle est plutôt de style dépendant du champ. Elle a commencé une inclusion dans un IMPro en février, en vue de sa future orientation.

**Éric**, 13 ans, a suivi un début de scolarité ordinaire. À 10 ans, il a intégré une CLIS 1. Il est à l'IME depuis la rentrée 2010. Il a bénéficié d'un suivi orthophonique pour un retard de langage qui est maintenant comblé. Il poursuit un atelier théâtre au centre médico-psycho-pédagogique une fois par semaine.

Les tests cognitifs montrent des difficultés à élaborer sa pensée. La psychologue a également noté un manque de confiance en lui évident. Il a de bonnes capacités en vitesse de traitement ainsi qu'au niveau de la mémoire de travail.

Sur le plan scolaire, c'est un bon lecteur, avec parfois des problèmes de compréhension dû au fait qu'il est fatigable. Il a souvent besoin d'une reformulation, il semble être très dépendant du champ. Il est performant dans les tâches automatiques (calcul...), son manque de confiance en lui le fait trop hésiter lors d'une prise de décision même si son premier choix est presque toujours le bon ou que l'on s'aperçoit, lors de la reformulation, que la tâche était comprise. Il a un profil d'élève réfléchi, il reformule les énoncés, parfois même à l'écrit avant d'agir. Son approche des résolutions de problèmes est plutôt celle d'un bricoleur qui va décomposer sa solution. Toutes ces entraves font qu'il est lent. Une inclusion en SEGPA est prévue en mars, afin de déterminer les possibilités d'orientations pour l'année prochaine.

#### 1.4 Des particularités individuelles au projet de groupe

Tous ces jeunes sont passés par une CLIS 1 et ont une déficience légère, ce qui leur donne un point commun fort. La communication passe bien entre eux, ils sont en confiance. Ils ont un niveau à peu près homogène fin de cycle 2, sauf pour Éric qui est un peu plus avancé. Son travail sera différencié, mais il a sa place au sein du groupe, car sa maîtrise en fera un bon tuteur et contribuera à renforcer sa confiance en lui. Une bonne relation s'est également instaurée entre ce groupe et moi avec lequel je travaille depuis le début de l'année scolaire en mathématiques. Ils sont tous bons lecteurs et n'ont pas de problème majeur de compréhension des consignes en général, compte tenu de leur handicap.

D'après ce que j'ai pu observer de leur profil cognitif, Coralie, Olivia et Paula sont plutôt impulsives, Léon et Éric, plutôt réfléchis. Un des objectifs des séquences à venir sera de rééquilibrer cela, en insistant sur le fait que les élèves ont droit à l'erreur, en la dédramatisant. Un autre sera d'organiser un temps de latence permettant la réflexion avant de répondre<sup>12</sup>. Ils ont tous tendance à être dépendants du champ, ce qui me donne des indications quand à mon comportement face à eux; en m'appuyant sur cette dominante, je pourrai les sécuriser. Je veillerai durant toute la séquence à ce que l'ancrage spatial reste le même pour eux comme pour moi. Nous serons tous positionnés autour de six tables collées face à face et nous ne changerons pas de place durant les deux séquences. Par contre le mode de travail sera majoritairement la recherche individuelle afin d'accroître la dominante complémentaire (l'indépendance par rapport au champ)<sup>13</sup>.

Afin de faire un état des lieux, j'ai mis en place une évaluation initiale. Après avoir corrigé et analysé le travail des élèves, je leur ai rendu leurs copies en leur laissant le temps de les regarder. J'avais considéré les réponses comme juste dès lors que la bonne opération était écrite, même si le résultat n'était pas exact. Le fait de leur expliquer cela et de parler autour des copies avec chacun, en répondant à leurs questionnements, a fait naître chez certains des interrogations relatives au choix de la bonne opération : *Comment faire ?* Même si c'est une question que certains posent souvent, le fait de voir que je considérais cette donnée comme essentielle dans ma correction, les a incités à envisager autrement et à commencer à comprendre sa vraie portée : *Je fais quelle opération maîtresse ?* Cette interrogation marque leur incompréhension et leurs difficultés de représentation de certains énoncés. Suite à la communication des résultats mitigés, tous les élèves du groupe étaient partants pour comprendre leurs erreurs et trouver des moyens qui pourraient les aider à répondre à cette question : *Quelle opération choisir ?* Cette phase importante constitue la mise en projet du groupe. La première séance de la séquence, visant à travailler sur les représentations, sera consacrée à la correction de cette évaluation.

---

<sup>12</sup> *Op. cit.* Perraudau, p. 49 : conséquences pédagogiques par rapport à l'impulsivité.

<sup>13</sup> *Op. cit.* Perraudau p. 47 : conséquences pédagogiques de la dépendances-indépendance par rapport au champ.

## 2. Préalables

### 2.1 Quels problèmes choisir ? : La typologie de Gérard Vergnaud

Je vais travailler avec ces élèves sur des problèmes à structures additives, ainsi que sur quelques problèmes à structures multiplicatives choisis en fonction de leur maîtrise des techniques opératoires. Léon, Coralie, Olivia et Paula travaillent la technique de la multiplication depuis le mois de novembre et Éric a déjà abordé la technique de la division. Résoudre des problèmes relevant de ces opérations les mettra en situation de "choisir quelle opération faire", selon leur demande.

Jusque là, ayant bien conscience que ce n'est pas à travers un seul type d'énoncé que l'addition et la soustraction peuvent prendre du sens, je faisais travailler les élèves sur une variété relativement grande de problèmes, mais sans avoir jamais mis en place de plan précis pour savoir face à quel type d'énoncé chaque élève échouait ou réussissait. Je me suis donc plus précisément référée aux théories de Gérard Vergnaud pour qui *le développement des connaissances relève principalement d'un processus d'adaptation à des situations diverses qu'il faut analyser et classer*<sup>14</sup>. Sa théorie des champs conceptuels<sup>15</sup> met en place une classification des différentes situations qui peuvent se présenter. Cette classification repose sur l'analyse des tâches cognitives et des procédures pouvant être mises en jeu dans chacune des situations, et non plus seulement sur les opérations numériques. *Si on appelle "calcul numérique" les opérations d'addition et de soustraction et "calcul relationnel" les raisonnements nécessaires pour décider qu'il faut additionner ou soustraire, on voit que la relation état initial/ transformation/ état final permet de comprendre la différence entre calcul numérique et calcul relationnel puisqu'il y a 6 calculs relationnels et seulement 2 calculs numériques.* En effet, en fonction des énoncés, on peut rechercher soit les états finaux ou initiaux avec des transformations positives ou négatives, soit rechercher la transformation positive ou négative (cf. **annexe 1**). Un autre avantage de cette classification est qu'elle se réfère à des schémas bien définis, par Gérard Vergnaud lui-même, qui me seront utiles lors de la deuxième séquence. C'est à partir de sa classification des problèmes que j'ai bâti mon évaluation initiale (cf. **annexe 2**) dont je présente les résultats en **annexe 3**. La classification de Gérard Vergnaud comprend six types, seul trois sont étudiés au cycle 2 (cf. **annexe 1**). J'ai fait le choix de mettre dans cette évaluation un mélange de problèmes relatifs à ces trois types : composition d'état, transformation d'état et comparaison d'état, sans proposer aux élèves

---

<sup>14</sup> VERGNAUD Gérard dir., 1997, p 31.

<sup>15</sup> *Un champ conceptuel est ainsi constitué, du point de vue pratique, par l'ensemble des situations dont la maîtrise progressive fait appel à une grande variété de procédures, de concepts en étroite connexion. D'un point de vue théorique, un champ conceptuel est constitué par l'ensemble des concepts et des théorèmes qui contribuent à la maîtrise progressive de ces situations.* VERGNAUD Gérard dir., 1997, p. 9.

toutes les relations possibles. J'ai choisi de laisser de côté dans cette évaluation notamment les énoncés à états initiaux inconnus, en général plus tardivement réussis par les enfants<sup>16</sup>.

Des évaluations de deux niveaux ont été passées, cycle 2 pour Léon, Coralie, Olivia et Sabina et cycle 3 pour Éric. Lors de la correction, j'ai considéré comme justes, les réponses exactes, mais également les procédures en lien avec la situation (notamment le choix de la bonne opération en référence au calcul relationnel).

Pour ce qui est du classement des structures multiplicatives (problèmes de proportionnalité simple<sup>17</sup>), je ne leur ai proposé que des situations où il fallait faire une multiplication. J'ai différencié les données des problèmes au niveau du rapport entre les nombres<sup>18</sup>, ce qui nous situe toujours au niveau du *calcul relationnel* (cf. **annexe 2** et **3**).

Les résultats de cette évaluation initiale me serviront de point de départ et me permettront, autant que possible, de choisir des problèmes de difficultés adaptées à mes objectifs. En travaillant avec des énoncés que les élèves sont capables de résoudre de façon autonome si besoin ou sur des problèmes légèrement plus difficile, en zone proximale de développement<sup>19</sup>.

Au vu de ces résultats, on peut se demander à quel moment de la procédure de résolution les élèves achoppent-ils.

## 2.2 Les phases de résolution d'un problème<sup>20</sup>

Les six étapes identifiées qui marquent la résolution d'un problème sont présentées ici de façon linéaire, mais il peut y avoir des allers-retours entre toutes les étapes.

- **La construction de la représentation de l'énoncé**

A partir de la lecture de l'énoncé, l'élève se construit une représentation de la situation décrite. Cette représentation prend en compte toutes les informations fournies par l'énoncé y compris le but à atteindre qui est mis en mémoire.

Cette représentation se construit également à partir de diverses sources comme les problèmes déjà résolus et leurs procédures automatisées, les expériences sociales des élèves, les règles du contrat didactique<sup>21</sup> dont les termes peuvent être pour l'élève : tout problème a une solution, il faut utiliser toutes les données, faire des opérations ou utiliser les dernières notions étudiées.

---

<sup>16</sup> HERVE Pascal, 2005, p. 52.

<sup>17</sup> VERGNAUD Gérard dir., 1997, p. 23.

<sup>18</sup> ERMEL, 2005, p. 250.

<sup>19</sup> D'après Lev Vygotsky (1896-1934), la zone proximale de développement définit la distance existant entre ce que l'élève est capable de faire seul et ce qu'il est capable de faire avec une aide externe. PERRAUDEAU Michel, 1996, p. 36.

<sup>20</sup> Tirées de : CHARNAY Roland, MANTE Michel, 2005, p. 91-93.

<sup>21</sup> On appelle contrat didactique, *l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant*. Guy Brousseau, cité par CHARNAY Roland, MANTE Michel, 2005, p. 77.

C'est une étape relativement invisible du travail de l'élève, d'autant que lors de l'évaluation aucun brouillon ne laissait apparaître de schéma qui aurait pu à ce stade soulager la mémoire de travail et me laisser une trace à observer.

- **L'élaboration d'une procédure**

Il existe plusieurs types de stratégie de recherche :

- Le *chaînage avant* qui consiste à avancer dans le problème en tirant des conséquences au fur et à mesure de l'avancement dans la situation. Cette stratégie ne rend pas évident le but à atteindre et ne permet pas toujours d'aboutir.
- Le *chaînage arrière* qui part du but à atteindre et liste les méthodes possibles pour y arriver.
- Le travail par *analogie*, en recherchant des comparaisons possibles avec des situations connues.
- La démarche scientifique en procédant par essais, test et preuve.

Coralie, Olivia et Paula partent la plupart du temps en chaînage avant lors de leur résolution. Léon procède également ainsi, de façon très libre, essaie tout un tas de calculs et après cherche lequel correspond le mieux à la question. Cette façon empirique d'agir ne l'aide pas à définir le but à atteindre. Il fait parfois des analogies toujours pertinentes, ce qui l'aide à éviter le hasard. Éric quant à lui semble partir en chaînage arrière, sans perdre de vue le but à atteindre.

- **L'instanciation et l'exécution**

Ces étapes consistent à appliquer la procédure aux données du problème, puis à la mettre en œuvre.

Pour les problèmes proposés, tous les jeunes qui avaient trouvé une procédure savaient la mettre en œuvre. A l'exception toutefois de Coralie qui lorsque nous reprenions verbalement sa procédure, avait besoin de mon aide pour procéder à l'instanciation.

- **Le processus de preuve et la communication du résultat**

Le processus de preuve n'est pas toujours présent mais il est indispensable lorsque deux procédures sont utilisées, ce qui n'est pas le cas pour les problèmes proposés à ce groupe. La communication du résultat est fonction du destinataire. Pour ce groupe, je demande qu'elle soit compréhensible et ordonnée dans l'espace, ce qui est rassurant pour l'élève qui connaît mes attentes et qui sait ce qu'il doit faire, et crée des automatismes lui permettant de vérifier qu'il n'a rien oublié.

Le premier point d'achoppement, semble-t-il, concerne la construction de la représentation de l'énoncé par l'élève. Pour Gérard Vergnaud, la représentation du problème porte en elle-même le schéma de réponse. Les travaux d'Antoine de La Garanderie<sup>22</sup> reviennent à la source du cheminement mental en mettant en évidence le principe de l'évocation. Avant de se faire une représentation du problème, l'élève va d'abord élaborer des images mentales. *Pour la pédagogie des gestes mentaux, l'étude va se porter en amont de cette représentation. Elle va alors s'intéresser aux*

---

<sup>22</sup> HERVE Pascal, 2005, p. 96.

*premières images mentales que l'enfant a constituées pour donner du sens à la situation. L'analyse sera donc beaucoup plus fine et l'aide plus spécifique.*

### **3 Les étapes de la pédagogie des gestes mentaux**

#### **3.1 Apports théoriques**

Antoine de La Garanderie (1920-2010) s'attache à étudier les processus mis en œuvre par l'enfant, acteur de l'apprentissage. Pour lui, *l'image mentale est l'intermédiaire souple entre le percept et le concept*<sup>23</sup>. Prendre conscience de l'existence de ces images peut aider l'élève à élaborer sa pensée et constituer un appui pour comprendre ce qu'on lui demande. Plusieurs éléments entrent en ligne de compte pour mettre en œuvre ce type de pédagogie.

- **Le projet de sens**

La pédagogie des gestes mentaux repose sur l'élaboration d'un projet de sens qui va orienter ces gestes. Ce projet permet à l'élève d'anticiper et de se mobiliser pour atteindre son but en donnant du sens aux gestes mentaux qu'il va mettre en œuvre. Ce projet doit être initié par l'élève qui a le désir de réussir, ce qui intensifie son activité mentale.

- **Les gestes mentaux**

Antoine de La Garanderie distingue cinq gestes qu'il définit de manière descriptive :

- *L'attention est le geste mental grâce auquel on fait exister en images visuelles, ou en paroles qu'on se dit à soi même, ce qu'on perçoit. Mais, pour faire exister ainsi ce qu'on perçoit, il faut en avoir le projet avant et pendant la perception. Ce geste d'attention est indispensable dans tout travail d'évocation. Il permet de rendre présent à la conscience ce que l'on perçoit.*

- *La compréhension est le geste mental par lequel on a l'intuition du sens de ce qu'on regarde, de ce qu'on écoute, de ce qu'on lit... Pour cela on établit des rapports de comparaison entre l'objet de perception et l'évocation qu'on s'en donne (...). C'est de ces rapports de comparaison que naît l'intuition de sens.*

- *La mémorisation est le geste mental par lequel on fait exister dans un imaginaire d'avenir ce qu'on entend conserver.*

- *La réflexion est le geste mental par lequel des acquis culturels vont pouvoir servir à la compréhension d'une situation plus ou moins complexe, théorique ou pratique.*

- *L'imagination créatrice est le geste mental par lequel on regarde, on écoute, on perçoit le monde afin d'évoquer ce qui peut être découvert ou inventé et qui demeurerait jusqu'à présent caché.*<sup>24</sup>

Ces cinq gestes sont en étroite interaction lors des activités mentales. En fonction de l'activité pédagogique, on vise le développement d'un ou plusieurs gestes.

---

<sup>23</sup> LA GARANDERIE Antoine de, *Les profils pédagogiques*, Le Centurion, Paris, 1980, p. 77. Cité par : HERVE Pascal, 2005, p. 92.

<sup>24</sup> LA GARANDERIE Antoine de, *Défense et illustration de l'introspection*, Le Centurion, Paris, 1989. Cité par HERVE Pascal, 2005, p. 95.

- **Les familles évocatives**<sup>25</sup>

Pour Pascal Hervé, *l'enfant, bien souvent, perçoit puis agit. La pédagogie des gestes mentaux introduit une exigence supplémentaire. Après avoir perçu et avant d'agir, j'évoque*<sup>26</sup>. Ces évocations qu'appellent les gestes mentaux se séparent en deux familles, visuelles et auto-visuelles, auditives et auto-auditives. Les élèves qui évoquent majoritairement visuellement ont des images visuelles de ce qu'ils perçoivent, il peut y avoir deux types d'évocation :

- Visuelle : évocation de troisième personne, l'élève évoque des images en restant extérieur à ses évocations.
- Auto-visuelle : évocation en première personne, l'élève personnalise l'image ou se voit présent dans cette image.

Ceux qui évoquent auditivement ont des images auditives de ce qu'ils perçoivent, il existe également deux types d'évocation :

- Auditives : évocation de troisième personne, l'élève ré-entend les sons, les voix tels qu'il les a perçus.
- Auto-auditive : évocation en première personne, l'élève re-dit textuellement ou à sa manière ce qu'il a perçu.

Les individus ont un type d'évocation dominant, mais ils peuvent avoir des prolongements vers d'autres types d'évocations.

- **Les domaines d'évocation**

Afin d'évaluer où se situent les difficultés des élèves, il faut également *déterminer quels paramètres d'évocation l'élève utilise dans les différentes tâches proposées*<sup>27</sup>. Antoine de la Garanderie a observé et décrit quatre paramètres dont voici une courte définition.

- **Paramètre 1** : L'élève évoque du **concret** (le quotidien, les êtres, les scènes, les objets).
- **Paramètre 2** : L'élève évoque des **symboles** (mots, chiffres, symboles).
- **Paramètre 3** : L'élève évoque des principes et des **relations** (lois, règles, analogies).
- **Paramètre 4** : L'élève évoque des éléments **inédits** (invention, découverte).

## **3.2 En pratique**

### **3.2.1 Hypothèses de travail**

D'après mes observations, les plus grosses difficultés pour ce groupe d'élèves se situent au niveau de la construction d'une représentation de l'énoncé et de l'élaboration d'une procédure. Il me semblait dès lors important de mettre en place un dispositif qui pourrait les aider à améliorer ces "constructions" et ces "élaborations", le renforcement de l'activité de représentation étant un point

---

<sup>25</sup> Cet aspect de la méthode a pu être décrit, il n'est pas premier, cela me sera utile lors du dialogue avec les élèves afin de travailler sur les images mentales, comme support à la fonction métacognitive.

<sup>26</sup> HERVE Pascal, 2005, p. 99.

<sup>27</sup> CÔTÉ Claire dir., 2000.

clef pour cela. En m'inspirant de la démarche d'Antoine de La Garanderie, j'ai mis en place une séquence dont l'objectif était de *renseigner l'élève sur la façon la plus rationnelle d'utiliser ses gestes mentaux*<sup>28</sup>, afin de favoriser par la suite son autonomie lors de résolutions de problèmes.

### 3.2.2 Résolutions de problèmes et évocations

A partir de ces deux éléments qui me permettaient de structurer ma démarche, et à la suite de l'évaluation initiale, j'ai entamé une séquence dont je décrirai les cinq séances les plus significatives. Cette séquence va se dérouler sur plusieurs semaines compte tenu de la fatigabilité de tous les élèves du groupe. Les objectifs sont développés dans la fiche de préparation en **annexe 5**. Le choix des problèmes se fera en diversifiant les types et en privilégiant ceux pour lesquels les élèves ont le plus de difficultés à trouver la bonne opération.

- **Séance 1**

#### *Situation*

La première séance se situe à la suite de l'évaluation initiale, cette séance, ainsi que toutes les autres, se déroulera autour de six tables regroupées afin de faciliter les échanges lors des mises en commun et de réduire la distance entre eux et moi lorsque je procéderai aux lectures d'énoncés et que je ferai les gestes aidant (attention...). Durant ces moments, je serai assise avec eux et au besoin circulerai. Lors de cette séance, nous allons corriger en groupe les problèmes échoués lors de l'évaluation<sup>29</sup>. Nous avons repris ensemble tous les problèmes sauf les deux premiers, réussis par tout le groupe, ainsi que les n°4 et 7 qui seront retravaillés lors de la quatrième séance. Je ne présente ici que les échanges les plus explicites.

#### *Objectifs*

Les objectifs de cette séance sont de pointer avec eux où se situent leurs difficultés, de les motiver pour la suite et de les mettre en projet de réussir à résoudre des problèmes mathématiques.

#### *Description et analyse*

Chaque élève avait sa copie pointant ses erreurs et une copie vierge pour la correction des problèmes échoués. Je me suis assise avec eux et j'ai relu chaque énoncé en commençant à les inciter à se représenter les situations. J'ai favorisé le dialogue et les échanges entre eux. J'ai chaque fois repris avec les élèves la correction au tableau, selon la même présentation.

Pour le **problème n°3** (comparaison d'état avec recherche de l'état à comparer), seul Léon avait fait un mauvais choix d'opération, certainement dû au fait qu'il n'avait pas évoqué la situation

---

<sup>28</sup> PERRAUDEAU Michel, 1996, p. 127.

<sup>29</sup> Cf. **annexe 2** pour les énoncés, **annexe 3** pour les résultats et **annexe 4** pour la grille d'observations.



et était parti sur un calcul (sans doute le plus simple pour lui ? : l'addition) pour respecter ce qu'il avait compris du contrat didactique. Le fait de lui demander de faire un premier geste d'attention et de parler avec lui des données du problème a permis de lui faire trouver la solution.

Seule Olivia n'a pas résolu le **problème n°6**. On peut d'ors et déjà noter que pour elle, même par la suite, il sera très difficile d'évoquer les situations que je lui proposerai. Nous verrons plus tard les hypothèses envisageables, dans son cas particulier pouvant expliquer cet hermétisme. Elle a effectué des additions pour résoudre tous les problèmes, ce qui remet également en question sa réussite aux trois premiers problèmes où cette opération devait être effectuée. Il s'agit là d'un fort attachement aux procédures : je reprends avec elle l'énoncé, elle semble comprendre la solution expliquée par le groupe.

Dans les énoncés suivants, il fallait effectuer une multiplication. Le **problème n°9** mettait en correspondance deux grandeurs appartenant à des domaines différents. Tous les élèves ont réussi sauf Olivia et Paula qui ont fait une addition, certainement car elles n'ont pas évoqué la situation et donné une réponse pour respecter le contrat didactique. Éric a représenté la situation en écrivant des additions répétées ce qui est certainement une forme d'attachement procédural. Je lui ai demandé d'expliquer sa vision et comment il avait pensé à cette résolution, ce qui a aidé Olivia et Paula.

Le **problème n°10** a été réussi par tout le monde sauf Olivia qui a fait une addition. Il est noté que Léon a fait un dessin représentant les 26 boîtes à œufs pour résoudre ce problème. Je suis repartie de ce dessin avec Olivia afin qu'elle "voit l'image mentale" de Léon et ce qu'il avait évoqué pour résoudre ce problème. A l'issue de ce dialogue elle semblait avoir compris.

Cette séance a permis de poser les premiers éléments indispensables pour que l'élève puisse évoquer les situations, un geste mental notamment a été effectué par le groupe, le geste d'attention, mon rôle s'est également plus affirmé durant le dialogue pédagogique. J'aurais dû reprendre également les trois premiers problèmes à l'oral car cela nous aurait peut-être permis de "voir" et d'engager un dialogue sur les fonctionnements cognitifs de chacun lorsque la bonne procédure a été choisie. Les deux difficultés majeures qui ressortent de cette première séance sont liées à l'évocation des situations et à la "non mobilisation" des expériences précédentes, notamment les problèmes pour lesquels il fallait faire une multiplication. J'avais déjà proposé des situations similaires aux jeunes de ce groupe peu de temps avant et aucun n'y a fait référence durant ces séances, ils n'ont fait aucune analogie<sup>30</sup>. Cette difficulté à mémoriser et à transférer des situations antérieures est propre à la grande difficulté et c'est aussi une des manifestations de la déficience. J'aurais dû réactiver plus fortement ces connaissances antérieures, ce qui aurait incité les élèves à évoquer ces situations passées tout d'abord, puis m'aurait permis de les diriger vers un geste de réflexion durant lequel, *[les] acquis sont mobilisés dans [la] pensée [de l'élève] sous forme de représentations concrètes ou*

---

<sup>30</sup> Cf. chapitre 2.2

*symboliques et sont confrontés au [nouveau] problème*<sup>31</sup>. Par la suite, je mettrai donc l'accent sur l'évocation, à travers le geste d'attention et favoriserai le travail par analogie, à travers le geste de réflexion, lorsque cela sera possible.

- **Séance 2**

### *Objectifs*

Lors de la résolution du **problème n°4** de l'évaluation (composition de deux états avec recherche d'un des deux), tous les élèves ont donné comme réponse un nombre de places libres de parking plus grand que le nombre total de places. C'est à partir de ce genre de situations impossibles que va se dérouler la deuxième séance, les objectifs étant de faire comprendre aux élèves l'importance d'évoquer réellement la situation (en paramètre 1 : concrètement<sup>32</sup>) et d'en comprendre le sens avant d'agir, ce qui leur permettrait également un autocontrôle tout au long de leur résolution (ce que je dis ou écris est-il bien possible par rapport à mon évocation ?). Lors de cette séance, je remplirai une grille d'observations des élèves, visant essentiellement à commencer le recueil d'informations sur leur mode d'évocation, leur prise d'informations et leur métacognition, c'est-à-dire leur capacité à expliquer leur démarche et à faire un retour sur eux même (*cf. annexe 6*).

### *Situation*

Je prends la même place que lors de la séance précédente, afin d'ancrer la position d'écoute. En me positionnant toujours au même endroit lorsque j'aurai à leur lire un énoncé, je favorise leur geste d'attention et je rassure les élèves qui ont tendance à être dépendants du champ. Le geste d'attention consistera tout au long des séances à s'installer correctement sur sa chaise, les mains vides et l'esprit prêt à imaginer. J'explique aux élèves le but de la séquence en générale et de cette séance en particulier, les aider à résoudre des problèmes sans se tromper d'opération. Pour cela, je vais les aider au fil des séances à évoquer et comprendre les situations exposées, avant qu'ils ne se lancent dans une résolution. Cette séance se déroule à l'oral.

### *Description et analyse*

J'explique aux élèves que je vais lire un énoncé et que j'aimerais qu'ils aient le projet de l'imaginer :

*Une corde mesure 1 mètre de long à 1 heure.  
Quelle sera sa longueur à 4 heures ?*

Ils répondent tous 4 mètres, car ils ont évoqué les symboles, ici les nombres (paramètre 2).

Je reprends l'énoncé modifié sans nombres, ce qui devrait leur permettre d'évoquer réellement la situation (en paramètre 1 : concrètement).

---

<sup>31</sup> CÔTÉ Claire dir., 2000.

<sup>32</sup> Cf. chapitre 3.1

*Une corde mesure cette longueur le matin (je montre une longueur avec les mains).  
Combien mesurera-t-elle en fin d'après midi ?*

Je leur précise qu'ils doivent imaginer quelque chose de possible dans la réalité. Ils ont du mal à se sortir de leur première évocation. Je leur propose un autre exemple avec une chaise de la classe que je leur montre. Ils comprennent, mais sans évoquer la situation à mon avis, que ces objets ne "poussent" pas.

La situation suivante est plus longue, je leur demande de se la représenter :

*Un serpent qui n'a pas de patte n'est pas attaché avec une corde. Un canard qui a 2 pattes est attaché avec 2 cordes. Une tortue qui a 4 pattes est attachée avec 4 cordes.  
Combien de pattes aura un chien attaché avec 6 cordes ?*

Je lis lentement et je vois à leur attention qu'ils commencent à évoquer la situation au fur et à mesure que je lis, pour finir et être tous d'accord, sauf Olivia, que le chien aura toujours 4 pattes. Je reprends avec Olivia plusieurs exemples d'objets de la classe ou de l'extérieur, jusqu'à ce qu'elle convienne de l'immutabilité des objets.

A partir de cette dernière situation, je commence à remplir la grille d'observation (cf. **annexe 6**), mes questions tournent dans un premier temps autour de leur type d'évocation, pour une première connaissance de leur profil et un premier dialogue avec eux autour de leurs images mentales.

### • Séance 3

#### *Objectif*

Lors de la séance précédente, la majorité des élèves n'évoquait pas la situation concrètement (paramètre 1), mais restait au niveau de la perception et passait directement à l'évocation des nombres (paramètre 2) sans y mettre de sens. Il fallait donc permettre aux élèves de prendre le temps d'évoquer les situations et de pouvoir se rendre compte eux même s'ils y arrivaient ou non. Cette séance aura pour objectif de favoriser l'évocation de la situation (paramètre 1).

#### *Situation*

Cette séance se déroule également à l'oral, avec un support écrit pour la mise en commun. Le problème choisi est de type composition d'état avec recherche de la composition, un tri est à faire dans les informations données. Pour le résoudre, il faut faire une addition, opération avec laquelle les élèves de ce groupe sont les plus familiers. J'ai choisi des données numériques suffisamment grandes pour qu'ils ne puissent pas additionner tous les nombres immédiatement, pour se débarrasser du problème. Ils vont être obligés de s'arrêter sur la situation proposée, pour regarder chaque donnée et voir si elle est utile. Pour palier aux problèmes de mémoire de travail qui

concernent plus ou moins tous les élèves du groupe, je resterai à l'écoute et leur redirai les données manquantes au fur et à mesure de leur avancée.

### *Description et analyse*

Après un bref échange pour se rappeler la séance précédente, j'ai mis les élèves en projet d'évoquer la situation que j'allais leur proposer. Pour se faire, je leur explique le geste d'attention, il va falloir qu'ils se représentent dans leur tête l'énoncé que je leur lis. On reparle de la séance précédente et des premières choses que j'ai pu noter sur leur fonctionnement personnel, une première introspection se met en place. Une fois les élèves prêts, je lis l'énoncé :

*Sur la table, il y a 13 pommes, 12 oranges, 15 verres de jus et 14 prunes.  
Combien y a-t-il de fruits ?*

Tous commencent à vouloir additionner les quatre données. Il y a rapidement saturation, je leur propose de réécouter l'énoncé avec le projet de se le représenter dans leur tête avant de faire des calculs. Je relis plusieurs fois l'énoncé, je leur laisse le temps d'évoquer. Léon et Olivia repartent sur l'addition de toutes les données. Coralie, Paula et Éric pensent que les verres de jus ne sont pas des fruits. Un échange s'installe entre eux et tous en conviennent, je donne une calculatrice à Coralie afin de soulager sa mémoire, elle procède à ses calculs. Je demande à chacun ce qui l'a fait changer d'avis sur les données à prendre en compte, globalement, le fait que je reprenne lentement la lecture en faisant des geste comme pour poser les choses sur la table les a aidés à évoquer la situation. Léon voit des images dans sa tête, il a vu des pommes, des oranges, des verres et des prunes, une fois qu'il a fait le tri de ce qui était des fruits, il a repris avec les nombres et a calculé. Coralie a procédé de la même manière. Olivia a plus de mal à expliquer ce qui se passe lorsqu'elle cherche mais elle ne voit pas d'images. Pour Paula c'est pareil. Éric ré-entend l'énoncé dans sa tête. Tous les élèves s'écoutent et se rendent compte qu'un même énoncé, peut être évoqué de différentes façons en fonction des individus.

### • **Séance 4**

#### *Objectifs*

L'objectif de la séance suivante est de continuer à aider les élèves en insistant sur le fait qu'il faut commencer par évoquer la situation énoncée (paramètre 1) et non pas directement les nombres sans savoir à quoi ils se rattachent (paramètre 2) afin de sortir d'un certain malentendu dans le contrat didactique. A partir de là, je pourrai les guider vers le geste de compréhension. De mon côté, je souhaite continuer de recueillir des informations sur leurs types d'évocations (visuelles, verbales ou auditives), ce qui me donnera des pistes pour affiner leur profil et pour les aider dans leurs démarches de résolutions de problème en adaptant mes propos et les supports notamment.

### *Situation*

Durant cette séance, nous allons travailler sur deux problèmes non corrigés de l'évaluation. Le **problème 4** qui est de type composition de deux états, avec recherche d'un des deux états, la solution experte étant une soustraction et le **problème 7** qui est de type transformation d'état avec une succession de transformation (soustraction et addition). Pour ces deux problèmes, j'ai supposé que les élèves n'avaient pas fait d'évocations initiales et qu'ils avaient directement évoqué les nombres (paramètre 2). Pour déjouer ceci, et les inciter à évoquer les situations, je vais lire les énoncés sans les nombres dans un premier temps. Leur familiarité avec ces énoncés peut être un atout en les rassurant, de plus, l'envie de savoir comment ne pas se tromper à nouveau peut être un moteur.

### *Description et analyse*

Je lis lentement deux fois l'énoncé du problème 4 :

*Un certain nombre de voitures sont déjà garées dans un parking qui contient un plus grand nombre de places.*

*Combien de voitures peuvent encore se garer ?*

Je leur demande ensuite de décrire ce qui s'est passé dans leur tête quand j'ai lu l'énoncé. Coralie a imaginé un parking de supermarché avec des voitures garées et des places vides. Je leur ai ensuite donné leur copie d'évaluation ainsi que leur feuille de correction. L'évocation de Coralie a été le point de départ d'un échange pour savoir comment faire pour calculer le nombre de places libres. Ils sont tous partis sur un calcul en avançant de 83 à 108 en regardant la frise numérique de la classe. Je leur apporte la solution experte en leur montrant que l'on trouve le même résultat en faisant une soustraction. J'ai décidé de montrer la solution experte car l'objectif de cette séance était de faire en sorte que les élèves évoquent la situation perçue, ce qui semblait être le cas. Pour ce type de situation, ces élèves "résistent" à l'utilisation de la solution experte, ils ne la voient pas, j'ai déjà été confrontée à cette situation et j'y serai encore confrontée par la suite dans cette séquence (séance 5) et dans la séquence suivante axée sur la schématisation (séances 2 et 3, problèmes des *jeux de cartes*). En fait, dans ce cas, l'élève cherche un complément (calcul en avançant), selon les théories piagésiennes<sup>33</sup>, il utilise un **schème** déjà connu, il est en phase d'**assimilation** et ne voit pas qu'il peut faire une soustraction (calcul en reculant). Pour modifier cela, il faudra prendre des chiffres plus grands rendant difficile ce comptage en avançant et ainsi créer un conflit incitant l'utilisation d'un nouveau schème et faire arriver l'élève en phase d'**accommodation**. Selon Rémi Brissiaud, il y a une *interaction conflictuelle entre l'économie de la représentation* (exprimée par un ajout) et

---

<sup>33</sup> Selon Jean Piaget (1896-1980), la construction progressive de l'intelligence, moyen d'adaptation de l'individu à son milieu, se fait par l'intermédiaire de deux mécanismes complémentaires : assimilation et accommodation. L'**assimilation** est l'intégration des données de l'expérience dans la structure de l'individu. L'**accommodation** est la modification de la structure de l'individu en fonction des données du milieu. L'**adaptation** est l'équilibre entre les deux. Un **schème** est la structure ou l'organisation des actions telles qu'elles se transfèrent ou se généralisent lors de la répétition de cette action en des circonstances semblables ou analogues. D'après : PERRAUDEAU Michel, 1996, p. 29.

l'économie de la résolution numérique<sup>34</sup>. La phase d'**adaptation** (équilibre) sera atteinte lorsque ce nouveau schéma sera intégré et utilisé en priorité, lors de résolution de problèmes du même type. Etant donné le profil et les difficultés des élèves de ce groupe<sup>35</sup> je mènerai ce travail petit à petit, en utilisant la variable didactique de la grandeur des nombres, mais également en utilisant par la suite le schéma.

Je lis lentement 2 fois l'énoncé du problème 7 :

*Il y a un certain nombre de personnes dans un ascenseur. Au deuxième étage, quelques personnes sortent et d'autres entrent.*

*Combien de personnes y a-t-il dans l'ascenseur à ce moment là ?*

Je leur demande ensuite de décrire comment cela s'est passé dans leur tête quand j'ai lu le problème. Paula explique qu'elle se redit l'énoncé dans sa tête, elle l'entend de nouveau en se disant les choses les unes après les autres. J'interpelle les autres élèves pour savoir qui a ce genre d'évocations auditives, Éric semble être sur ce mode, Olivia également, Léon aussi, mais il voit aussi des images, Coralie confirme qu'elle voit des images et même qu'elle se voit dans ces images.

Avec l'aide de Paula qui avait réussi lors de l'évaluation tout le monde semble comprendre qu'il faut faire "moins" ceux qui sortent et "plus" ceux qui rentrent. Visiblement, ils ont confronté ce qu'ils évoquaient et ce qu'ils percevaient en ayant pour projet de donner du sens à l'objet de perception (l'énoncé). Ils ont effectué un geste de compréhension. Je leur donne leur copie et leur feuille de correction afin de faire les calculs.

### • Séance 5

#### *Objectif*

L'objectif de cette séance est de continuer de faire prendre conscience aux élèves qu'il faut tout d'abord évoquer la situation pour bien comprendre l'histoire (paramètre 1) que l'on enrichit ensuite avec les autres paramètres afin de permettre la résolution (paramètre 2 : les chiffres écrits ; paramètre 3 : les relations ; paramètre 4 : les recherches de transformations). Cette séance devrait permettre de développer la mobilité entre les quatre paramètres.

De plus, cette séance *s'inspire de la théorie de la gestion mentale qui propose de suggérer aux élèves en difficulté la procédure mentale utilisée par les élèves plus performants*<sup>36</sup>.

---

<sup>34</sup> BRISSIAUD Rémi, 1992, p. 20.

<sup>35</sup> Comme je l'ai souligné en introduction, ces élèves se situent entre le palier 1 et le palier 2 : *Ainsi, pour la catégorie de problèmes (recherche d'un complément), le programme prévoit qu'il doit pouvoir être résolu par des procédures personnelles à la fin du cycle 2 et que la résolution experte relève donc du cycle 3.* Extrait de : Mathématiques. Documents d'accompagnement. 2002.

<sup>36</sup> CÔTÉ Claire dir., 2000, p.27.

### *Situation*

Entre la séance précédente et celle-ci, il y a eu trois séances (cf **annexe 5**). Le problème sur lequel nous allons travailler durant cette séance est de type composition d'états, avec une recherche d'un des états.

### *Description et analyse*

Après avoir ancré ma position d'écoute et leur avoir demandé de prendre la bonne position, je lis l'énoncé sans les nombres, une fois, lentement, en leur demandant d'avoir le projet de voir, d'entendre ou de se raconter l'histoire dans leur tête :

*Dans la cour, il y a un grand nombre d'élèves. Parmi ces élèves un certain nombre jouent au ballon, un certain nombre jouent aux billes, les autres jouent dans les modules de jeux.  
Combien y a-t-il d'élèves dans les modules de jeux ?*

Un échange s'installe, je leur demande comment ils évoquent la situation. Je peux désormais employer les bons mots avec chacun, lorsque je leur demande d'affiner leurs évocations, que vois-tu ? Qu'entends-tu ? Comment se déroule ton film ? afin de les aider à évoquer des images mentales, sans les figer cependant.

Je relis l'énoncé sans les nombres en leur demandant d'imaginer une situation semblable qu'ils connaissent, éventuellement de s'imaginer acteur dans l'histoire (paramètres 3 : évocation des relations et 4 : évocation en recherche de transformation).

Lors de la troisième lecture, j'inclus les nombres et leur suggère de voir, d'entendre ou de se raconter l'histoire dans leur tête tout en ajoutant les nombres, soit en les "collant" sur leurs images, soit en répétant les nombres et les objets qui y sont associés (paramètres 1, 2, 3 et 4) :

*Dans la cour, il y a 354 élèves. Parmi ces élèves 125 jouent au ballon, 117 jouent aux billes, les autres jouent dans les modules de jeux.  
Combien y a-t-il d'élèves dans les modules de jeux ?*

Après m'être assurée que chacun avait bien évoqué la situation à travers des échanges oraux et afin de soulager leur mémoire, je leur distribue la fiche de résolution. Léon transcrit ce qu'il a évoqué, par le dessin. Son schéma est comparable à une addition à trou ( $125 + 117 + ? = 354$ ), il la pose et cherche "l'inconnu", il trouve le résultat ainsi. Son attachement aux procédures lui permet de trouver la solution. Olivia commence par poser un "schéma à trou", puis comme Paula, elle additionne 125 et 117, elles ne savent pas trop quoi faire de ce résultat. Paula continue ses recherches, elle tente de soustraire 125 et 117, puis elle les ré-additionne, elle pose ensuite  $354 - 125 - 117 =$ , enfin elle pose  $354 - 254 = 112$ , elle a trouvé et elle le sait, je lui confirme, elle peut écrire sa phrase réponse. Olivia, elle, ne va pas plus loin. Éric calcule  $354 - 125$  et  $354 - 117$  et s'arrête là. Coralie tente d'additionner 125 et 117, je dialogue avec elle, elle tente de tout additionner, elle n'arrive pas à évoquer la situation. A part elle, ils ont bien tous évoqué l'énoncé, les problèmes d'instanciation demeurent, sauf pour Léon qui a une approche de "bricoleur" qui l'incite à "démonter" les énoncés.

Paula, quant à elle a certainement "coller" ses évocations de paramètre 2 (nombres) sur ses évocations de paramètre 1 (la situation), ce qui lui a permis, après de petits tâtonnements, de travailler directement avec les nombres. Nous reprenons tous ensemble l'énoncé, Léon et Paula explique leur démarche. Je demande à Éric d'expliquer la sienne, je reprends avec lui qu'il fallait faire  $354 - 125 = 229$  et  $229 - 117 = 112$ , je ne suis pas sûr qu'Olivia et Éric aient réellement compris la procédure cette fois-ci, ils ont en revanche bien évoqué la situation, le schème qui leur permettra de construire la bonne procédure est en cours d'acquisition.

### 3.2.3 Informations recueillies sur les profils des élèves (cf. annexe 6)

Au cours de cette séquence, **Léon** a été capable de dire ce qu'il imaginait dans sa tête, son mode d'évocation semble être principalement auto-visuel (il se voit dans ses évocations), mais il peut aussi avoir des évocations auditives. Il rencontre parfois des difficultés à identifier le but à atteindre dans les résolutions ; lorsqu'il y arrive, il identifie les données utiles et décrit clairement sa démarche et sa solution, il a du mal à la justifier.

**Coralie** a également un mode d'évocation auto-visuel. Elle a du mal à s'exprimer sur les autres critères de ma grille d'observation, elle peut cependant dire clairement ce qu'elle a imaginé dans sa tête.

**Olivia** quant à elle, semble avoir un mode d'évocation plutôt auditif. La plupart du temps cependant, on l'a vu, elle n'évoque pas les situations (elle fait systématiquement des additions) dans un premier temps et n'y arrive que dans un deuxième ou troisième temps, lorsqu'on la sollicite. Ce type de profil peut correspondre, selon Pascal Hervé, à celui d'enfants n'ayant *pas acquis d'autonomie intellectuelle* soit parce qu'on ne les y autorise pas, soit parce qu'ils *n'osent pas penser par eux-mêmes*. *La relation éducative entre les parents et ces enfants peut être une des causes de ce manque d'autonomie. Ils sont dépendants des adultes, n'ont pas cet espace de liberté qui leur permettrait d'exister par eux-mêmes, se conforment à ce que dit et pense l'adulte. Une relation éducative où règne l'injonction peut générer ce genre de situation*<sup>37</sup>. Plusieurs autres indices évoqués en équipe pluridisciplinaire semblent abonder dans ce sens. Lorsqu'Olivia parvient à résoudre un problème, il est impossible pour elle de décrire sa démarche et sa solution, elle ne peut pas la justifier non plus.

**Paula** semble avoir des évocations plutôt auditives, elle identifie clairement les données utiles mais éprouve des difficultés à décrire clairement sa démarche et sa solution, elle ne peut la plupart du temps pas les justifier.

**Éric** semble avoir des évocations plutôt auditives. La plupart du temps, il identifie les données utiles. Il lui faut du temps.

---

<sup>37</sup> HERVE Pascal, 2005, p. 98.



### 3.3 Le bilan

Je souhaitais avant cette séquence agir au niveau de la construction de la représentation (à travers les évocations) et de l'élaboration des procédures. Afin de renforcer l'activité de représentation de chaque élève, j'ai entrepris de favoriser la prise de conscience par les élèves de leurs processus mentaux. Je n'ai pas utilisé avec eux le vocabulaire de la gestion mentale avec les noms des gestes. Par contre, j'ai instauré des habitudes : avoir les mains vides, être bien installé avec le projet de re-voir ou de ré-entendre dans sa tête avant toute action, évoquer la situation, faire le geste d'attention. A l'issue de cette séquence, nous sommes arrivés à une sorte de rituel au moment de lire l'énoncé du problème. Cette lecture ritualisée permet aux élèves d'évoquer les situations en premier lieu. Elle a également permis de les rassurer par son caractère répétitif, de plus, notre positionnement dans la classe, toujours identique a pu renforcer cela, notamment auprès des élèves dépendant du champ. Tous les élèves sont parvenus à évoquer les situations de façon plus ou moins efficace, les erreurs sont devenues moins fréquentes ou systématiques, certains élèves ont pu se servir de leurs images mentales pour s'autocontrôler. Ce qui favorisera par la suite leur autonomie dans les activités de résolution de problèmes.

En ayant commencé par travailler avec les élèves sur les évocations, nous avons maintenant la possibilité d'étoffer les représentations<sup>38</sup> en *favorisant autant que possible la mobilisation de schémas susceptibles de la structurer*<sup>39</sup>.

## 4. Enjeux de la schématisation

### 4.1 Apports théoriques

Les jeunes de cette étude rencontrent des difficultés caractéristiques des élèves déficients intellectuels, notamment : des difficultés à abstraire, c'est-à-dire à isoler une propriété, un caractère d'un objet en le considérant à part ; des difficultés à symboliser, c'est-à-dire exprimer par des symboles ce qu'ils perçoivent ou évoquent ; à se construire une représentation, ce qui suppose une compréhension d'ensemble à laquelle ils peuvent avoir du mal à avoir accès ; de façons diverses, en fonction des individus, une déficience de certains de leurs processus mentaux et de leur mémoire de travail.

Par conséquent, j'ai pensé qu'arrivés à un certain stade de maîtrise de leurs images mentales et en continuant à les guider pour les rendre autonomes, leur donner accès à la schématisation de certains problèmes pourrait être intéressant.

---

<sup>38</sup> Ce terme est à distinguer de celui d'évocation. La représentation serait déjà une forme d'évocation élaborée, qui porterait en elle-même le modèle de réponse : HERVE Pascal, 2005, p. 96.

<sup>39</sup> JULO Jean, 1995, p 130.

#### 4.1.1 Caractéristiques du schéma

Le schéma peut être défini à travers quatre caractéristiques<sup>40</sup>. La première est *la capacité à isoler, au sein d'un phénomène pris dans sa globalité, certaines relations invariantes lui conférant alors un important pouvoir d'abstraction*. La deuxième particularité est liée au fait, que le schéma *centre l'attention sur l'essentiel*. La troisième caractéristique est *d'assurer une médiation entre un concept abstrait et la constitution d'une image mentale de ce concept (...)*. Contrairement à l'image mentale, *le schéma est une représentation, une figuration matérialisée, elle constitue un objet de notre réalité*. La quatrième particularité est liée à la valeur synoptique des schémas. Cette opportunité de vision globale favorise l'économie cognitive, en permettant *d'appréhender en une seule perception des caractéristiques, des relations que le symbolisme verbal ne peut exprimer qu'à travers plusieurs énoncés*. Ils expriment de façon synthétique un ensemble de données, allégeant ainsi la charge mnémonique pour l'apprenant<sup>41</sup>. Chacune de ces caractéristiques pourra aider les élèves lors de certaines résolutions de problèmes.

#### 4.1.2 Les divers systèmes de représentation

Il existe divers systèmes de représentation<sup>42</sup>, un **premier niveau** consiste à dessiner ce que l'on se représente de l'énoncé de façon réaliste, sans nécessairement maîtriser les enjeux numériques. Un **deuxième niveau** de représentation plus abstrait et plus opératoire utilise des schémas conventionnels (schémas ensemblistes, schéma s'appuyant sur la représentation de segments, la file numérique, la droite numérique). Une **troisième forme** de représentation est détaillée par Gérard Vergnaud, *c'est celle des diagrammes (cf. annexe 1)*. Cette forme de représentation, plus symbolique, ne cherche plus à donner une représentation schématique de la quantité ou du rang. Elle est basée sur la différenciation entre états et relations. "L'état" pouvant être formalisé par tout ou partie des données numériques d'un problème et "la relation" correspondant à ce qui se passe entre ces nombres. Le **dernier niveau** de représentation étant l'écriture numérique comme traduction directe des données du problème.

#### 4.1.3 Mises en garde

Pour reprendre la question de l'équipe de didactique des mathématiques de l'INRP<sup>43</sup> : *Faut-il enseigner des schématisations ?* La réponse apportée par cette équipe est nuancée et m'a incitée à la prudence. Elle insiste notamment sur le fait *que le recours à des schématisations standardisées ne va pas de soi et, pour certains élèves, peut même constituer un obstacle*. Pour Jean Julo, en travaillant avec de telles schématisations standardisées, *on prend un risque important sur le plan*

<sup>40</sup> D'après : PERAYA Michel, NYSSSEN Marie Claire, 1994, p. 16-17.

<sup>41</sup> Cette qualité est également développée par : CHARNAY Roland, MANTE Michel, 2005, p. 92.

<sup>42</sup> D'après : VERGNAUD Gérard dir., 1997, p. 19-20.

<sup>43</sup> ERMEL, 2005, p. 118-119.

*cognitif : non seulement on cherche à induire la formation d'un schéma de problèmes particulier (celui correspondant à des catégories abstraites) mais on l'associe d'emblée à une forme symbolique particulière, fixant par là même un mode d'organisation de la connaissance parmi tous ceux qui seraient possibles (on suppose bien sûr qu'il ne sera que provisoire et évoluera rapidement)<sup>44</sup>.*

Il apparaît clairement qu'avec les élèves de ce groupe, imposer des schématisations standardisées pourrait être plus négatif que positif. Le risque serait de mettre en péril leur autonomie : comment réagirait Léon "le bricoleur", si je lui imposais des schématisations, étant donné par ailleurs sa forte capacité à s'attacher aux procédures ? De plus, leurs défaillances de mémorisation pourraient les mettre en situation d'échec, face à la quantité de schémas possibles. Cependant, après la séquence sur les évocations et le travail de représentation qui est en cours de structuration, étudier des modélisations au cas par cas pourra participer à cette structuration. Après notre séquence sur les gestes mentaux, j'ai noté qu'entre le paramètre 1 (évocation concrète des scènes de l'énoncé) et le paramètre 2 (évocation des nombres et des signes), certains élèves ont du mal à faire des allers-retours, ou restent fixés sur les évocations de paramètre 2. Le schéma pourra alors être utilisé principalement pour montrer les relations entre les données.

## **4.2 En pratique**

### **4.2.1 Données préalables**

Dès la séance 7/9 de la séquence précédente centrée sur les évocations j'avais laissé la possibilité aux élèves, s'ils ne trouvaient pas la solution numérique tout de suite et s'ils en éprouvaient le besoin, de faire un schéma, librement. Cela, toujours à la suite d'un temps d'évocation dirigé comme décrit précédemment. Cette séquence sur le schéma découle et suit celle centrée sur les évocations.

Après le temps d'évocation, les difficultés de résolution intervenaient pour la majorité des élèves au niveau du processus d'opérationnalisation qui permet le passage à l'action effective (calculer, faire un dessin, tâtonner...) ou mentale (faire des déductions, élaborer un plan...). Pour Jean Julo, *l'intégration d'un outil de modélisation dans le processus d'opérationnalisation, est généralement un facteur décisif du point de vue de la résolution du problème : il renforce la structuration de la représentation, il amplifie son caractère opérationnel (conduisant ainsi plus vite à une action), il permet une explicitation et donc un contrôle de cette représentation beaucoup plus performant<sup>45</sup>.* J'ai donc construit la séquence suivante à partir de ces données théoriques en m'attachant tout d'abord, pour mon corpus, à choisir des problèmes à structures additives de type transformation d'état, avec une relation *état initial/ transformation/ état final*, sauf pour la première

---

<sup>44</sup> JULO Jean, 2002, p. 40.

<sup>45</sup> JULO Jean, 1995, p. 66.

séance qui assurera une transition. Au niveau de la forme, des études ont démontré que *la question placée en tête, souvent porteuse de la structure relationnelle du problème, constituerait une information organisatrice induisant l'activation du schéma [de résolution] adéquat dès l'amorce de la lecture*<sup>46</sup>. C'est pourquoi, à partir de maintenant, la question sera placée en début d'énoncé.

#### 4.2.2 Résolutions de problèmes et schématisations

A partir de ces éléments, j'ai entamé une séquence dont je décrirai les trois séances. La première servira de transition avec la séquence consacrée aux évocations. Les séances suivantes balaieront les six relations possibles au sein des problèmes de type transformation d'état (relation *état initial/ transformation/ état final*)<sup>47</sup>. **Je procéderai toujours de la même façon : lectures ritualisées, temps d'évocation, distribution des fiches, temps pour la résolution, échanges, correction. Des échanges pourront avoir lieu à tout moment au cours des séances.**

- **Séance 1**

##### *Objectif*

L'objectif de cette séance est d'aider les élèves à passer des évocations de paramètre 1 vers des représentations plus schématisées.

##### *Situation*

La première séance fera le lien entre les deux séquences. J'ai choisi un problème à structure multiplicative mettant en correspondance deux grandeurs appartenant à des domaines différents et un problème de type transformation d'état, avec recherche de l'état final.

*Description et analyse (cf. annexe 8 les schémas des élèves pour cette séance)*

*De combien de cm. vont allonger les cheveux de Charlène en un an ?  
Les cheveux de Charlène poussent de 3 cm par mois et elle a décidé de ne pas les couper.*

Après un temps d'évocation, les élèves se rappellent qu'il y a 12 mois dans une année. Coralie, semble visualiser la situation en paramètre 1 (elle dessine un personnage avec des cheveux longs) mais ne peut y accoler des nombres, le 12 des mois de l'année n'étant pas écrit en chiffre. Léon, Olivia et Paula trouvent le calcul juste assez rapidement. Éric schématise quant à lui les 3 cm pour chaque mois de l'année. Il expliquera cette représentation à l'ensemble du groupe, ce qui permettra à Coralie de comprendre ce qu'il fallait faire. Nous reprenons au tableau la correction.

---

<sup>46</sup> Barrouillet Pierre, Camos Valérie, "Savoirs, savoir-faire arithmétiques et leurs déficiences", dans *Les sciences cognitives et l'école*, sous la direction de Kail Michèle, Fayol Michel, PUF, Paris, 2003, p. 336. Cité par HERVE Pascal, 2005, p. 57. Ceci a également été démontré dans une étude publiée : COQUIN-VIENNOT Danièle, 2001, p. 191.

<sup>47</sup> Cf. **annexe 7** : fiche de préparation de séquence. Résolutions de problèmes et schématisations.

*Combien d'œufs n'ont pas été cassés ?*

*Jérémy a laissé tomber 2 douzaines d'œufs. Parmi ces œufs, une dizaine c'est brisée.*

Ils calculent tous de tête et répondent à l'unanimité 2, ils ont calculé  $12 - 10$ . Ils n'ont pas évoqué les deux douzaines, je leur demande de se reconcentrer et de visualiser la situation. Ils font tous un schéma représentant bien les données du problème. Lors du passage à l'écriture de l'opération, seuls Éric et Coralie ont des difficultés, Éric a posé deux calculs,  $2 \times 12$  et  $24 - 10$  et il ne sait plus quelle est la réponse, je l'aide à remettre ses calculs dans l'ordre et il reprend le fil de son raisonnement. Coralie a, quant à elle, écrit l'opération en ligne  $12 + 10 = 14$ . Elle a reconstruit un calcul pour remplir le contrat didactique à partir du schéma qui lui avait permis de trouver la bonne solution. Elle n'a pas fait la correspondance entre la nature de la transformation et le signe moins. Chacun explique sa démarche et son schéma. Nous reprenons au tableau la correction.

- **Séance 2**

### *Objectifs*

Les objectifs de cette séance sont d'utiliser le schéma en cas de blocage, afin de renforcer la structuration de la représentation et de verbaliser sa démarche.

### *Situation*

Au cours de cette séance nous étudierons 4 des relations internes possibles pour des problèmes de type transformation d'état (cf. **annexe 7**), par le biais des schémas des élèves et des diagrammes que j'apporterai en éclairage.

### *Description et analyse*

*Combien Pierre a-t-il d'euros ?*

*Pierre avait 178 euros, sa mère lui donne 24 euros pour son anniversaire.*

Il s'agit d'une relation dans laquelle la transformation est une augmentation et où il faut chercher l'état final. Après un temps d'évocation, tous les élèves trouvent la solution de manière numérique et experte (Éric n'assistera pas à la fin de la séquence car son inclusion en SEGPA a lieu en même temps). Lors de la mise en commun, je dessine le diagramme au tableau en l'expliquant.

*Combien Océane a-t-elle d'euros maintenant ?*

*Océane avait 118 euros, elle s'est achetée un puzzle à 29 euros.*

Il s'agit là d'une relation dans laquelle la transformation est une diminution et où il faut chercher l'état final. Tout comme la situation précédente, celle-ci ne pose pas de problème, je procède de même lors de la reprise au tableau.

*Combien Alexis a-t-il gagné ou perdu de cartes ?*

*Alexis avait 83 cartes, après avoir joué une partie avec Michaël, il en a 135.*

Il s'agit là d'une relation dans laquelle on recherche la transformation qui est une augmentation. La difficulté de ce genre de situation, tout comme pour le problème sur *les places de parking* (3.2.2, séance 4), est que les élèves commencent par chercher une addition à trou et quand la différence est assez grande comme ici (52), il n'est pas facile de calculer "en avançant". La solution experte est la soustraction mais il n'est pas évident pour les élèves de "découvrir" qu'il faut faire une soustraction, lorsqu'il y a un gain. Après la première lecture, ils font tous une addition des deux termes de l'énoncé. Il me semble qu'une fois arrivés à ce stade et au vu de tout le travail effectué précédemment, après une deuxième lecture ritualisée leur facilitant l'évocation de la situation, je peux leur suggérer de faire un schéma afin de marquer et figer leur évocation de la situation. Cela nous permettra de nous concentrer sur la relation existante dans cet énoncé en allégeant la mémoire de travail.

Ils ont tous fait un schéma (cf. **annexe 9**) représentant la situation (sauf Olivia), seule Paula a matérialisé la relation entre les deux états, mais sans flécher son schéma. Une fois ce schéma fait, ils "voient" tous l'addition à trou, Léon et Coralie calculent de tête et Paula calcule en matérialisant 42 unités sous forme de bâtonnets auxquels elle ajoute l'écriture 10, elle trouve ainsi la réponse 52. Lors de la reprise en commun, chacun explique son schéma et comment il a procédé. Je dessine au tableau le diagramme fléché de la transformation, j'ajoute une flèche dans l'autre sens pour leur montrer qu'on pouvait aussi soustraire. Je leur amène la solution experte. Il faudra revenir sur ce genre de situation lors de la prochaine séance, en amenant le double sens possible du diagramme.

*Combien Laura a-t-elle gagné ou perdu de billes ?*

*Laura avait 75 billes, après avoir joué une partie avec Michaël, elle en a 27.*

Il s'agit là d'une relation dans laquelle on recherche la transformation qui est une diminution. Cette situation ne pose pas de problème, les élèves la résolvent de manière experte tout de suite.

- **Séance 3**

#### *Objectifs*

Les objectifs sont de montrer le double sens possible d'un diagramme, d'étudier les dernières relations possibles au sein des problèmes de transformation d'état et d'aider les élèves à contrôler leur représentation par l'intermédiaire du schéma.

#### *Situation*

La première situation reprend la structure du problème de *la partie de carte d'Alexis* qui a été difficilement réussi par le groupe. Les diagrammes et la mise en commun de la séance

précédente sont toujours visibles au tableau. Les deux autres situations contiennent les deux dernières relations possibles (recherche de l'état initial) au sein des problèmes de type transformation d'état. Pour ces deux dernières classes, Gérard Vergnaud pointe, *l'un des avantages du diagramme fléché état/ transformation/ état est que pour les élèves, il facilite la compréhension du théorème général qui permet de calculer l'état initial. Si l'état final résulte d'une augmentation, alors il faut soustraire de l'état final la valeur de cette augmentation. S'il résulte d'une diminution, alors il faut rajouter cette valeur. La représentation par un diagramme permet d'explicitier et de justifier de manière économique le passage de la représentation du problème à la représentation de la solution*<sup>48</sup>.

*Description et analyse (cf. annexe 10 les schémas des élèves pour cette séance)*

*Combien Cédric a-t-il gagné ou perdu de cartes ?*

*Cédric avait 78 cartes, après avoir joué une partie avec Michaël, il en a 99.*

Il s'agit là d'une relation dans laquelle on recherche la transformation qui est une augmentation.

Tous le monde est d'accord pour dire qu'il a gagné des cartes. Léon réfléchit à une addition, mais la raye. Olivia commence par faire une addition. Paula fait des recherches et les efface, elle ne trouve pas. Coralie pose une multiplication pour remplir le contrat didactique.

On commence à ressentir chez elle une démobilisation, essentiellement due à la mise en place d'une inclusion en vue de préparer son orientation. Paula est dans la même situation. Je dois reprendre avec elles la mise en projet et la possibilité de transférer leurs connaissances cette année dans des situations de vie courante et l'année prochaine à l'IMPro. Paula dit déjà que le fait de mieux connaître son fonctionnement cognitif l'aide lors de ses inclusions, Coralie est plus arrêtée sur sa position (*de toute façon, il faut faire un calcul*).

Je leur montre au tableau que cette situation peut rentrer dans le diagramme de *la partie de carte d'Alexis*, sur lequel nous avons déjà travaillé. Je leur suggère pour les aider, de faire un schéma représentant la situation (cf. **annexe 10**). Paula rentre les données dans un schéma similaire et trouve la solution experte. Olivia fait un schéma qui reprend les données du problème dans l'ordre de l'énoncé avec une relation négative entre 78 et 99, elle trouve la solution experte. Coralie fait un schéma fléché avec les données du problème et trouve la solution sans pouvoir l'expliquer, sans doute grâce à une addition à trou effectué en calcul mental. Léon fait un schéma où il se représente la situation comme une addition à trou, il tâtonne, il fait des essais et il trouve la solution en avançant de 78 à 99.

Chacun explique sa démarche et son schéma. Je reprends avec eux les données du problème dans un diagramme doublement fléché.

---

<sup>48</sup> VERGNAUD Gérard dir., 1997, p. 11.

Après avoir retravaillé sur une telle situation en montrant le double sens possible du fléchage, il va être intéressant de voir ce que font les élèves lors des deux situations suivantes.

*Combien Jérémie avait-il d'euros avant son anniversaire ?*

*Jérémie vient de recevoir 57 euros pour son anniversaire. Il en a maintenant 264.*

Il s'agit d'une relation dans laquelle on recherche l'état initial et où la transformation est une augmentation.

Paula, avec sa rapidité habituelle se représente la situation et décide de faire une addition  $264 + 57$ . Au vu du résultat, elle dit qu'il ne pouvait pas avoir une plus grande somme d'argent avant son anniversaire que ce qu'il a maintenant, puisqu'entre temps il en a gagné. Le groupe acquiesce après que j'ai relu l'énoncé de façon ritualisée, en posant à l'aide de gestes le déroulé de la transformation. Paula procède de manière experte sans passer par un schéma, sa représentation du problème lui a permis d'évoquer la situation, de faire un calcul et de se rendre compte que ce n'était pas possible, de reprendre les données et de trouver la solution avec certitude (elle a fait un geste de réflexion). Coralie et Olivia ont été aidées par le fait que je les incite à évoquer la situation de nouveau, elles l'ont comprise. Olivia dessine un diagramme fléché de 264 à 57 en matérialisant une transformation négative. Elle utilise ensuite la solution experte. Coralie dessine un embryon de diagramme sans matérialiser la transformation, elle trouve le résultat avec la solution experte, je pense que c'est surtout le fait d'écrire les données utiles du problème qui allège sa mémoire de travail et constitue un support à sa réflexion. Léon, quant à lui procède par tâtonnements, il a vu que le résultat était autour de 200, mais que c'était plus de 200, il compte de 257 à 264 et trouve 208, je lui donne une calculatrice et il se rend compte que c'est trop grand de 1, il trouve alors le résultat, 207 et écrit l'opération en ligne. Léon, en cherchant l'ordre de grandeur montre qu'il avait bien évoqué la situation et son approche de "bricoleur" se confirme au fur et à mesure des résolutions.

*Combien Quentin avait-il de billes avant de jouer ?*

*Quentin vient de perdre 23 billes en jouant avec Pierre. Il en a maintenant 18.*

Il s'agit d'une relation dans laquelle on recherche l'état initial et où la transformation est une diminution.

Paula, Olivia et Coralie commencent toutes par poser une soustraction. Paula se dit que le résultat est trop petit et effectue une addition, l'ordre de grandeur du résultat lui convient mieux, elle me demande, je lui confirme qu'elle a raison. Je reprends ma lecture ritualisée. Olivia dessine un diagramme sur lequel elle matérialise une transformation positive  $18 + 23$ , elle trouve le résultat. Coralie dessine un diagramme sur lequel elle matérialise une transformation négative, dans ce sens :  $? - 23 = 18$ , elle n'oriente pas la flèche dans l'autre sens sur son diagramme, mais s'approche de la solution quand même en ajoutant 23 à 18 directement dans le diagramme (au moment où elle l'a visualisé). Elle trouve le résultat. Léon, lui, fait bien un schéma représentant la transformation négative, il n'est pas évident pour lui que le diagramme peut se flécher aussi dans l'autre sens, je reprends avec lui la situation (tous les diagrammes précédents sont au tableau). Il n'a pas procédé



par essais-erreurs, comme il le faisait jusque là, il a fait l'effort d'essayer de saisir la double relation possible dans ce problème :  $? - 23 = 18$  et  $18 + 23 = ?$ . Comme une soustraction à trou est plus difficile à calculer qu'une addition, cette variable lui a fait rechercher la solution experte, plus économique. Il y a un conflit<sup>49</sup> qui devra l'inciter à utiliser un nouveau schème, je tente de le faire arriver en phase d'accommodation à l'aide de la représentation en diagramme. Il faudra revenir sur ce genre de problème avec lui pour qu'il y arrive. Il faudra alors que je veille bien à ne pas trop l'aider et que je ne perde pas de vue que l'essentiel de mon étayage devra se situer du côté de sa représentation<sup>50</sup>.

### 4.3 Le bilan

Les élèves du groupe ont pu au cours de cette séquence continuer à renforcer leur travail sur les évocations et les gestes d'attention. Leurs évocations se sont révélées de plus en plus pertinentes au fur et à mesure de l'avancement dans la séquence, même si ce n'était parfois que dans un deuxième temps. Cette avancée dans leur démarche de compréhension des énoncés a permis de leur montrer les six structures internes des problèmes de types transformation d'état. Le fait de n'utiliser les diagrammes que comme support, après que les élèves aient bien évoqué les situations chacun selon leur mode a bien constitué une aide à certains moments pour la plupart quand ils ne percevaient pas la nature des transformations.

A travers la diversité des transcriptions schématiques des élèves, j'ai pu constater qu'après avoir évoqué les situations, ils cherchaient une aide à travers les schémas pour comprendre la nature des transformations en jeux et résoudre les problèmes sans se calquer sur des modèles qu'ils n'auraient pas compris. Voir les diagrammes, nous a permis d'orienter les transformations et de les oraliser, chacun a pu s'appropriier ce qui lui était utile dans chaque situation. Le travail sera à poursuivre, notamment sur le fléchage et le sens que cela a pour certains de ces élèves déficients intellectuels (Léon et Coralie notamment). Cette notion étant à rapprocher de la structuration spatiale qui peut être problématique pour ces élèves qui, comme nous l'avons vu, ont tendance à être dépendants du champ<sup>51</sup>.

### Conclusion

A travers ces deux séquences, j'ai essayé, comme le préconise Jean Julo, de *structurer problèmes et aides sous forme d'environnements spécifiques*, j'ai en effet mis en place un *environnement intégrant un ensemble structuré de problèmes (une base de problèmes) et un*

---

<sup>49</sup> Les notions de conflit et de schème renvoient à la théorie piagétienne expliquée en note 33

<sup>50</sup> JULO Jean, 1995, p. 150.

<sup>51</sup> Conséquences pédagogiques de la dépendance par rapport au champ : PERRAUDEAU Michel, 1996, p. 47.

*ensemble de ressources : principalement des aides (avec une place privilégiée pour les aides à la représentation)*<sup>52</sup>.

Veiller à diversifier les types de problèmes, m'a obligée à penser leurs structures en amont et ainsi à mieux anticiper le travail avec les élèves. L'analyse des phases de résolution d'un problème m'a également permis de mieux anticiper mes préparations.

Pour ce qui est de mon action au niveau de la représentation que se font les élèves des énoncés de problèmes, la pédagogie des gestes mentaux a permis à tous de réfréner une certaine impulsivité et de réfléchir à leurs évocations. La majorité des élèves a pu voir, à un moment ou un autre, les effets positifs de cette méthode, notamment au niveau de l'autonomie qu'elle peut procurer lorsqu'il faut choisir quelle opération effectuer pour tel ou tel problème. D'autres pistes pourraient être étudiées afin de renforcer cette représentation notamment au niveau des supports didactiques. La multi-présentation évoquée par Jean Julo pourrait en être une. Il a suivi une étude, centrée sur l'activité de représentation, au cours de laquelle ont été présentés à des élèves, trois énoncés de problèmes présentant des analogies au niveau de la problématique et des valeurs numériques, seule l'histoire construite autour changeait. Les élèves pouvaient choisir de résoudre celui qui leur convenait le mieux. Les taux de réussite des élèves en difficulté étaient meilleurs que lorsqu'on leur proposait des présentations simples<sup>53</sup>. Ce genre d'expérimentation pourrait aider autrement les élèves qui ont eu du mal à évoquer les situations à l'aide de la pédagogie des gestes mentaux.

Le travail effectué autour de la schématisation sera également à poursuivre. Notamment au niveau du sens que ces élèves déficients intellectuels lui attribuent, car une forme d'attachement procédural pas forcément adapté pourrait se mettre en place, ce qui pourrait nuire à leur autonomie.

Les mesures d'aide mises en place semblent avoir été globalement efficaces pour tous les élèves à des degrés divers en fonction de leur handicap. Les deux compétences mathématiques principales visées par cette étude (savoir construire une représentation opératoire du problème et savoir choisir les bons outils pour le résoudre) sont en cours d'acquisition pour tous les élèves du groupe. En ce qui concerne le transfert de ces compétences, un travail est en cours, en socialisation, afin de contrer l'écueil du contrat didactique favorisé par le contexte de la classe. La plupart de ces jeunes ont une vie sociale peu nourrie d'expériences extérieures qui favoriseraient leur autonomie et il est donc important de profiter des expériences possibles de transfert, en s'appuyant sur un travail en équipe pluridisciplinaire.

---

<sup>52</sup> JULO Jean, 2005, p. 50.

<sup>53</sup> JULO Jean, 1995, p. 131-137.

# BIBLIOGRAPHIE

## OUVRAGES

**BRISSIAUD Rémi**, *J'apprends les maths CE2 : livre du maître*, Retz, Paris, **1992**.

**CHARNAY Roland, MANTE Michel**, *Mathématiques*, tome 1, Hatier, col. Hatier concours, Paris, **2005**.

**CÔTÉ Claire dir.**, *Résolution de problèmes*, Chenelière Éducation, Montréal, **2000**.

**ERMEL**, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE1*, Hatier, Paris, **2005**.

**HERVE Pascal**, *La résolution de problèmes arithmétiques à l'école*, Hatier, Paris, **2005**.

**JULO Jean**, *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*, Presses Universitaires de Rennes, Rennes, **1995**.

**LA GARANDERIE Antoine de**, *Comprendre et imaginé : les gestes mentaux et leur mise en œuvre*, Le Centurion, Paris, **1987**.

**LA GARANDERIE Antoine de**, *Comprendre les chemins de la connaissance*, Chronique Sociale, Lyon, **2002**.

**PERRAUDEAU Michel**, *Les méthodes cognitives*, Armand Colin, Paris, **1996**.

**PLANCHON Henri**, *Réapprendre les maths*, Les éditions ESF, Paris, **1989**.

**VERGNAUD Gérard dir.**, *Le moniteur de mathématique, cycle 3, résolution de problèmes*, Nathan, Paris, **1997**.

## ARTICLES

**BOULE François, VASSERER Claire**, "Lecture des énoncés mathématiques", dans *Grand N*, n°42, IREM, Grenoble, **1988**, p. 11-20.

**COQUIN-VIENNOT Danièle**, "Problèmes arithmétiques verbaux à l'école : pourquoi les élèves ne répondent-ils pas à la question posée ?", dans *Enfance*, n° 2/2001, Presses Universitaires de France, Paris, **2001**, p. 181-196.

**GRANGEAT Michel**, "La métacognition, un enjeu pour l'autonomisation." Dans : *La métacognition, une aide au travail des élèves*. (pp. 95-129), ESF Éditeur, Paris, 1997, 2<sup>ème</sup> éd. **1999**.

**JULO Jean**, "Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ?", dans *Grand N*, n°69, IREM, Grenoble, **2002**, p. 31-52.

**JULO Jean**, "Presque tout est à inventer.", dans *Cahiers pédagogiques*, n°436, Paris, octobre **2005**, p. 49-50.

**LAMBERT Jacques**, "Comment la pensée vient aux enfants ? L'élaboration mentale précoce des signes-outils (symbole, lettres, chiffres et codes) nécessaires à la construction du savoir scolaire.", dans *Expression*, n°26, IUFM de la Réunion, St Denis, nov. **2005**, p. 109-118.  
Consultable en ligne : <http://www.reunion.iufm.fr/Recherche/Expressions/26/Lambert.pdf>

**PERAYA Michel, NYSSSEN Marie Claire**, "Les illustrations dans les manuels scolaires. Vers une théorie générale des paratextes.", dans *Médiascope*, n°7, Versailles, **1994**, p. 13-21.  
Consultable en ligne : <http://tecfa.unige.ch/tecfa/maltt/cofor-1/textes/paratexte1.pdf>

**VERGNAUD Gérard**, "Question de représentation et de formulation dans la résolution de problèmes mathématiques.", dans *Annales de didactique et de sciences cognitives*, vol. 1, IREM, Strasbourg, **1988**, p. 33-55.

**VERGNAUD Gérard**, "Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques : un exemple, les structures additives.", dans *Grand N*, n°38, IREM, Grenoble, **1986**, p. 21-40.

## **DOCUMENTS OFFICIELS**

*Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire*, dans Bulletin officiel hors-série n° 3 du 19 juin **2008**.

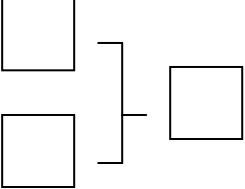
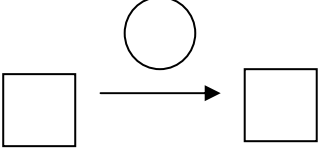
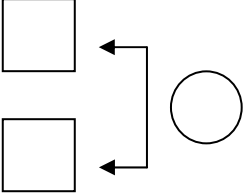
*Le nombre au cycle 2*, Collection "Ressources pour faire la classe", CNDP, Paris, août 2010.

**Mathématiques. Documents d'accompagnement. Résolution de problèmes et apprentissage. Des solutions personnelles vers les solutions expertes**, CNDP, Paris, **2002**.

# Annexe 1

## Relations additives étudiées au cycle 2<sup>1</sup>

*Il ne s'agit pas d'une simple classification d'énoncés, mais plutôt d'une classification des raisonnements face à des problèmes additifs.<sup>2</sup>*

<b>Composition de deux états</b> Relation partie/ partie/ tout	<b>Transformation d'états</b> Relation état initial/ transformation/ état final	<b>Comparaison d'état</b> Relation état comparé/ comparaison/ état à comparer
 <p><b>2 relations possibles :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- recherche de la composée des deux états</li> <li>- recherche d'un des deux états</li> </ul>	 <p><b>6 relations possibles :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- recherche de l'état final connaissant la transformation positive ou négative de l'état initial</li> <li>- recherche de l'état initial connaissant la transformation positive ou négative de l'état final</li> <li>- recherche de la transformation positive ou négative connaissant les deux états.</li> </ul>	 <p><b>6 relations possibles :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- recherche de l'état à comparer, connaissant l'état comparé et la comparaison positive ou négative</li> <li>- recherche de l'état comparé, connaissant l'état à comparer et la comparaison positive ou négative</li> <li>- recherche de la comparaison positive ou négative</li> </ul>

Classification d'après Gérard Vergnaud<sup>3</sup>

Les carrés représentent des états et les cercles des transformations.

<sup>1</sup> *Le nombre au cycle 2*, Collection "Ressources pour faire la classe", CNDP, Paris, août 2010, p. 57-58.

<sup>2</sup> VERGNAUD Gérard dir., *Le moniteur de mathématique, cycle 3, résolution de problèmes*, Nathan, Paris, 1997, p. 17.

<sup>3</sup> *Idem* p. 11 et 54

## Annexe 2

### Problèmes proposés lors de l'évaluation initiale cycle 2

Numéros et énoncés des problèmes	Catégories des problèmes et procédures attendues
<p><b>1.</b> Les parents de Gaëlle ont acheté un fauteuil et une lampe. Le fauteuil a coûté 76 euros et la lampe 34 euros. Combien les parents de Gaëlle ont-ils payé ?</p>	<p style="text-align: center;"><b>Problèmes additifs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- composition de deux états (recherche de la composée)</li> <li>- transformation d'état (recherche de l'état final, transformation positive)</li> <li>- comparaison d'état (recherche de l'état à comparer, connaissant l'état comparé et la comparaison positive)</li> </ul> <p>Procédure experte attendue : l'addition</p>
<p><b>2.</b> Yan avait 350 euros, il a reçu 61 euros pour son anniversaire. Combien a-t-il d'argent maintenant ?</p>	
<p><b>3.</b> Martine a 15 ans de plus que son frère. Il fête ses 34 ans cette année. Quel âge a Martine ?</p>	
<p><b>4.</b> 85 voitures sont déjà garées dans un parking qui contient 108 places de stationnement. Combien de voitures peuvent encore se garer ?</p>	<p style="text-align: center;"><b>Problèmes soustractifs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- composition de deux états (recherche d'un des deux états)</li> <li>- transformation d'état (recherche de la transformation négative connaissant les deux états)</li> <li>- comparaison d'état (recherche de l'état à comparer, connaissant l'état comparé et la comparaison négative)</li> </ul> <p>Procédure experte attendue : la soustraction</p>
<p><b>5.</b> Pauline possède aujourd'hui 425 euros. Elle n'avait que 299 euros hier. Combien lui a-t-on donné ?</p>	
<p><b>6.</b> Amandine a 12 ans de moins que son frère. Il fête ses 34 ans cette année. Quel âge a Amandine ?</p>	
<p><b>7.</b> Il y a 18 personnes dans un ascenseur. Au deuxième étage, 6 personnes sortent de l'ascenseur et 3 personnes y entrent. Combien de personnes y a-t-il dans l'ascenseur à ce moment là ?</p>	<p style="text-align: center;"><b>Problème additif et soustractif</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- transformation d'état (succession de transformations)</li> </ul>
<p><b>8.</b> Alexandre a 24 billes et son frère en a 6 fois plus. Combien de billes a son frère ?</p>	<p style="text-align: center;"><b>Problèmes multiplicatifs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rapport entre deux quantités de même nature</li> <li>- mise en correspondance de deux grandeurs appartenant à des domaines différents (relation quantité/prix)</li> <li>- définition d'un groupement et changement d'unité</li> </ul> <p>Procédure experte attendue : la multiplication</p>
<p><b>9.</b> Une table d'école coûte 157 euros. Combien coûteront 6 tables ?</p>	
<p><b>10.</b> En rangeant ses œufs dans des boîtes, la fermière a rempli 26 boîtes de 6 œufs. Combien a-t-elle rangé d'œufs ?</p>	

### Problèmes proposés lors de l'évaluation initiale cycle 3

Numéros et énoncés des problèmes	Catégories des problèmes et procédures attendues
<p><b>1.</b> Les parents de Gaëlle ont acheté un canapé, un fauteuil et une lampe. Le canapé a coûté 1289 euros, le fauteuil 76 euros et la lampe 34 euros. Combien les parents de Gaëlle ont-ils payé ?</p>	<p style="text-align: center;"><b>Problèmes additifs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- composition d'états (recherche de la composée)</li> <li>- transformation d'état (recherche de l'état final, transformations positive)</li> <li>- comparaison d'état (recherche de l'état à comparer, connaissant l'état comparé et la comparaison positive)</li> </ul> <p>Procédure experte attendue : l'addition</p>
<p><b>2.</b> Le libraire a reçu 578 livres en début de semaine. Il doit recevoir deux autres commandes avant la fin de la semaine, l'une de 450 livres et l'autre de 278. Combien de livres aura-t-il à la fin de la semaine ?</p>	
<p><b>3.</b> Martine a 15 ans de plus que son frère. Il fête ses 34 ans cette année. Quel âge a Martine ?</p>	
<p><b>4.</b> 85 voitures sont déjà garées dans un parking qui contient 108 places de stationnement. Combien de voitures peuvent encore se garer ?</p>	<p style="text-align: center;"><b>Problèmes soustractifs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- composition de deux états (recherche d'un des deux états)</li> <li>- transformation d'état (recherche de la transformation positive connaissant les deux états)</li> <li>- comparaison d'état (recherche de l'état à comparer, connaissant l'état comparé et la comparaison négative)</li> </ul> <p>Procédure experte attendue : la soustraction</p>
<p><b>5.</b> Pauline a obtenu 825 points en jouant à son jeu vidéo. Après la première partie, elle avait 340 points. Combien de points a-elle obtenus à la deuxième partie ?</p>	
<p><b>6.</b> Amandine a 12 ans de moins que son frère. Il fête ses 34 ans cette année. Quel âge a Amandine ?</p>	
<p><b>7.</b> Ecole accueille les visiteurs à l'entrée du zoo. Samedi, 624 personnes se sont présentées. Dimanche, il y avait 4 centaines de personnes de moins. Le lundi, il y avait 150 visiteurs de plus que le dimanche. Combien de visiteurs ont fait une visite le lundi ?</p>	<p style="text-align: center;"><b>Problème additif et soustractif</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- transformation d'état (succession de transformations)</li> </ul>
<p><b>8.</b> Les élèves de la classe ont vendu des billets de tombola pour la coopérative de l'école. Une équipe a vendu 98 billets, la deuxième en a vendu 6 fois plus. Combien la deuxième en a-elle vendu ?</p>	<p style="text-align: center;"><b>Problèmes multiplicatifs</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rapport entre deux quantités de même nature</li> <li>- mise en correspondance de deux grandeurs appartenant à des domaines différents (relation quantité/prix)</li> <li>- définition d'un groupement et changement d'unité</li> </ul> <p>Procédure experte attendue : la multiplication</p>
<p><b>9.</b> La secrétaire a déposé l'argent de la vente des billets à la banque. Elle a déposé 4 billets de 100 euros, 8 billets de 10 euros et 9 pièces de 2 euros. Combien d'argent a-t-elle déposé ?</p>	
<p><b>10.</b> En rangeant leurs œufs dans des boîtes, les fermiers ont rempli 158 boîtes de 6 œufs. Combien ont-t-ils rangé d'œufs ?</p>	

### Annexe 3

#### Résultats de l'évaluation en fonction du type de problème Noms des élèves n'ayant pas réussi les résolutions<sup>4</sup>

	Composition de deux états	Transformation d'états	Comparaison d'états
Situation où il fallait faire une addition	Prob. n°1 recherche de la composée	Prob. n°2 recherche de l'état final	Léon Prob. n°3 recherche d'un des états
Situation où il fallait faire une soustraction	Léon Coralie Olivia Paula Éric Prob. n°4 recherche d'un des états	Léon Coralie Olivia Paula Éric Prob. n°5 recherche de la transformation	Olivia Prob. n°6 Recherche de l'état à comparer
Situation où il fallait faire une addition et une soustraction		Léon Coralie Olivia Éric Prob. n°7 Succession de transformation d'états	

#### Problèmes à structures additives

	Rapport entre deux quantités de même nature	Mise en correspondance de deux grandeurs appartenant à des domaines différents	Définition d'un groupement et changement d'unité
Situation où il fallait faire une multiplication	Léon Coralie Olivia Paula Prob. n°8	Olivia Paula Prob. n°9	Olivia Prob. n°10

#### Problèmes à structures multiplicatives

<sup>4</sup> Voir **annexe 4** : Grille d'observations des résolutions écrites lors de l'évaluation initiale.



## Annexe 4

### Grille d'observations des résolutions écrites lors de l'évaluation initiale

	Léon	Coralie	Olivia	Paula	Eric
<b>Il passe par un schéma.</b>	10	NON	NON	NON	11
<b>Son schéma est en lien avec la situation.</b>					11
<b>Il laisse une trace de sa procédure.</b>	NON	NON	NON	NON	Reformule l'énoncé à l'écrit : (1-2-3) 9-11
<b>Sa procédure est en lien avec la situation.</b> (choisit notamment la bonne opération)	1-2-6-9-10	1-2-3-6-7-9-10	1-2-3	1-2-3-5-6-7-10	1-2-3-6-8-9-10-11
<b>Procédure mise en œuvre : personnelle ?</b>					9-11
<b>experte ?</b>	1-2-6-7-9-10	1-2-3-6-7-9-10	1-2-3	1-2-3-5-6-7-10	1-2-3-6-8-10
<b>Il calcule sans erreur.</b>	1-6-7-10	1-7	1-2-3	1-2-3-6-7-10	1-2-3-6-8-9-10
<b>Il produit une phrase réponse.</b>	1-2-6-7-9-10	Avec aide	1-2-3	1-2-3-6-7-10	OUI
<b>Il produit une phrase réponse <u>en lien</u> avec la question posée.</b>	1-2-6-7-9-10		1-2-3	1-2-3-6-7-10	OUI
<b>Il utilise une fiche outil.</b> (répertoire numérique, tables)				OUI	Tables
<b>Il vérifie sa procédure, ses résultats, sa phrase réponse.</b>	OUI	OUI avec aide	OUI	OUI	OUI
<b>Remarques éventuelles : Problèmes non réussis</b>	3-4-5-8 7 en partie	4-5-6-7-8	4-5-6-7-8-9-10	4-8-9	4-5-7

## Annexe 5

### Préparation séquence 1<sup>5</sup> Résolutions de problèmes et évocations

<u>Domaines</u> : ➤ Nombres et calculs	<u>Niveau</u> : Cycle 2
<u>Nombre de séances prévues</u> : 9	<u>Période</u> : 3

<u>Objectifs</u> : ➤ Aider l'élève à se construire une image mentale à travers des évocations ➤ Aider l'élève à structurer ses représentations
<u>Compétences développées au cours de la séquence</u> : ➤ Concevoir une image mentale ➤ Savoir construire une représentation opératoire du problème ➤ Devenir autonome face à un problème donné
<u>Compétences du socle commun</u> : ➤ Calculer : addition, soustraction, multiplication ; ➤ Résoudre des problèmes très simples (Palier 1) ➤ Résoudre des problèmes relevant de ces trois opérations et faisant intervenir différents objets mathématiques : nombres, mesures, schémas (partie du Palier 2)

Préalables	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Travail sur les techniques opératoires connues avec ré explication des mécanismes (numération)</li> <li>➤ Travail sur des problèmes sachant quelles opérations faire pour les résoudre</li> </ul>
------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

(entre parenthèse le n° de la séance dans le mémoire)

S.	Titres	Objectifs, contenus et activités
1	Evaluation	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Evaluation diagnostique : problèmes de chaque type de la classification de Gérard Vergnaud dans toutes les opérations.</li> </ul> <p style="margin-left: 20px;">A passer sur deux plages horaires au moins.</p>
2 (1)	Correction C2 puis C3	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Se mettre en projet et s'investir dans l'apprentissage</li> <li>➤ Correction dialoguée, premier geste d'attention</li> </ul>
3 (2)	Promotion de l'évocation par des problèmes absurdes	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Aider les élèves à prendre conscience des opérations mentales qu'ils doivent effectuer pour intégrer des connaissances et à observer ce qui se produit dans leur tête</li> </ul>
4 (3)	Eveil à l'évocation	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Être attentif et avoir une attitude réflexive, c'est-à dire re-voir, re-dire ou ré-entendre dans sa tête l'objet de perception</li> <li>➤ Problème en deçà de la zone proximale de développement</li> </ul>
5 (4)	La lecture d'un problème sans nombre	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Orienter les élèves vers les gestes mentaux nécessaires à la bonne compréhension et à l'exécution de la tâche</li> <li>➤ Continuer à aider les élèves en insistant sur le fait qu'il faut commencer par évoquer la situation énoncée (paramètre 1) et non pas directement les nombres, sans savoir à quoi ils se rattachent (paramètre 2)</li> <li>➤ Utilisation des problèmes 4 et 7 de l'évaluation C2</li> </ul>

<sup>5</sup> Inspirée de : CÔTÉ Claire dir., *Résolution de problèmes*, Chenelière Éducation, Montréal, 2000

6	La traduction des évocations en opérations	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Sensibiliser les élèves à la traduction des évocations, en opérations, en mimant notamment les mouvements d'ajout, de retrait et de partage lors de la lecture orale des énoncés.</li> </ul>
7	La précision et la construction de liens entre les évoqués	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Permettre aux élèves de préciser leurs évocations et de faire des liens entre elles.</li> </ul> <p>A partir de cette séance, les feuilles que je distribue pour les résolutions à l'écrit, auront un espace où il sera possible de faire des dessins, représentant les situations, à partir de leurs évocations.</p>
8	Organisation spatiale et temporelle d'un problème (préparation à la schématisation)	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Aider à organiser les évocations dans un cadre spatial et temporel</li> <li>➤ Concrétiser les liens et les relations entre les éléments</li> </ul>
9 (5)	La direction des évocations dans les quatre paramètres	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Développer la mobilité entre les quatre paramètres (paramètre 1 : concret, paramètre 2 : les chiffres écrits, paramètre 3 : les relations, paramètre 4 : les recherches de transformations)</li> <li>➤ Consolider l'utilisation de stratégies adéquates et encourager la gestion autonome des gestes mentaux</li> <li>➤ Confronter ses nouvelles évocations avec ses acquis antérieurs</li> <li>➤ Se projeter dans un avenir où il aura à réutiliser ces connaissances</li> </ul>

## Annexe 6

### Grille d'observations : présentation, explicitation du problème; présentation, explicitation de sa démarche aux autres

	OUI	NON	REMARQUES
<b>Il peut formuler l'énoncé avec ses propres mots.</b>			
<b>Il dit ce qu'il a imaginé dans sa tête.</b>			
<b>Evocation auditive ou verbale ?</b>			
<b>Evocation visuelle ou auto-visuelle ?</b>			
<b>Il identifie le but.</b>			
<b>Il identifie les données utiles.</b>			
<b>Il décrit clairement sa démarche et sa solution.</b>			
<b>Il peut justifier sa démarche et sa solution.</b>			
<b>Il peut expliquer ce qu'il a fait pour vérifier.</b>			
<b>Il donne son avis sur la démarche d'un pair.</b>			

## Annexe 7

### Préparation séquence 2 Résolutions de problèmes et schématisations

<u>Domaines :</u> ➤ Nombres et calculs	<u>Niveau :</u> Cycle 2
<u>Nombre de séances prévues :</u> 3	<u>Période :</u> 3

<u>Objectifs :</u> ➤ Aider les élèves à passer des évocations de paramètre 1 vers des représentations plus schématisées. ➤ Utiliser le schéma au cas par cas lors d'un blocage, afin de renforcer la structuration de la représentation. ➤ Aider l'élève à contrôler sa représentation par l'intermédiaire du schéma. ➤ Confronter les élèves à toutes les relations possibles pour les problèmes de types transformation d'état.
<u>Compétences développées au cours de la séquence :</u> ➤ Résoudre des problèmes de type transformation d'état. ➤ Savoir choisir les bons outils pour les résoudre. ➤ Verbaliser sa démarche, éventuellement expliquer son schéma.
<u>Compétences du socle commun :</u> ➤ résoudre des problèmes très simples (Palier 1). ➤ résoudre des problèmes additifs et faisant intervenir différents objets mathématiques : nombres, mesures, schémas (partie du Palier 2).

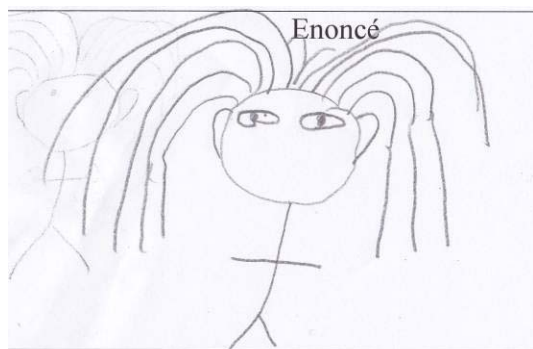
Préalables	➤ Séquence 1 Résolutions de problèmes et évocations.
------------	------------------------------------------------------

S.	Titres	Objectifs, contenus et activités
1	Transition, séquence sur les évocations et séquence sur la schématisation	➤ Aider les élèves à passer des évocations de paramètre 1 (évocation du concret) vers des représentations plus schématisées.
2	Etude des relations possibles au sein de problèmes de transformation d'état	➤ Résoudre des problèmes à structures additives, avec l'aide éventuelle d'un schéma (relation <i>état initial-transformation-état final</i> ). (recherche de l'état final connaissant la transformation positive ou négative de l'état initial et recherche de la transformation positive ou négative connaissant les deux états).
3	Etude des relations possibles au sein de problèmes de transformation d'état	➤ Reprise d'un problème où il faut rechercher la transformation positive (solution experte : la soustraction). ➤ Résolution de problèmes des types restant. (recherche de l'état initial connaissant la transformation positive ou négative de l'état final).

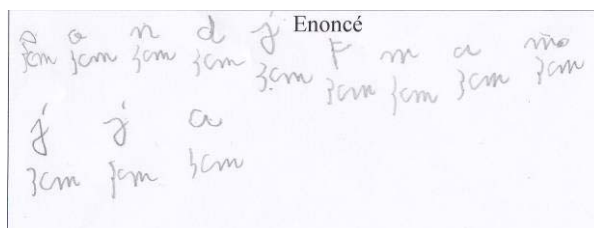
## Annexe 8

### Schémas des élèves – Séquence 2 – Résolutions de problèmes et schématisations Première séance (en rouge, mon aide)

\* **Problème : Les cheveux** (structure multiplicative, mettant en correspondance deux grandeurs appartenant à des domaines différents)

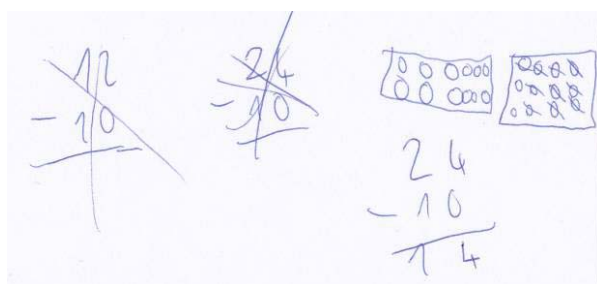


Coralie

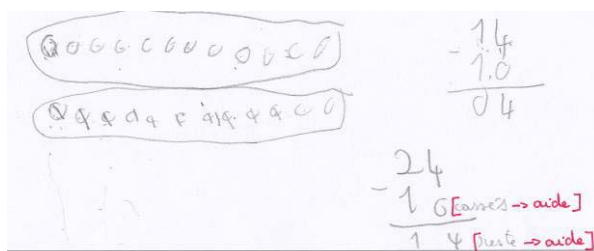


Eric

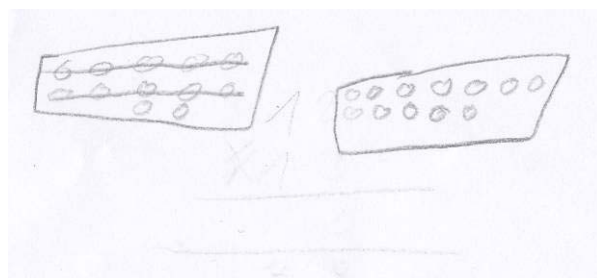
\* **Problème : Les œufs cassés** (type transformation d'état avec recherche de l'état final et transformation négative)



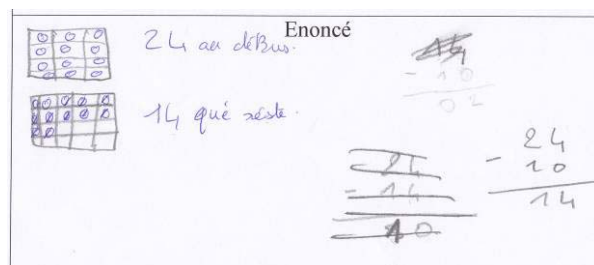
Léon



Eric



Olivia

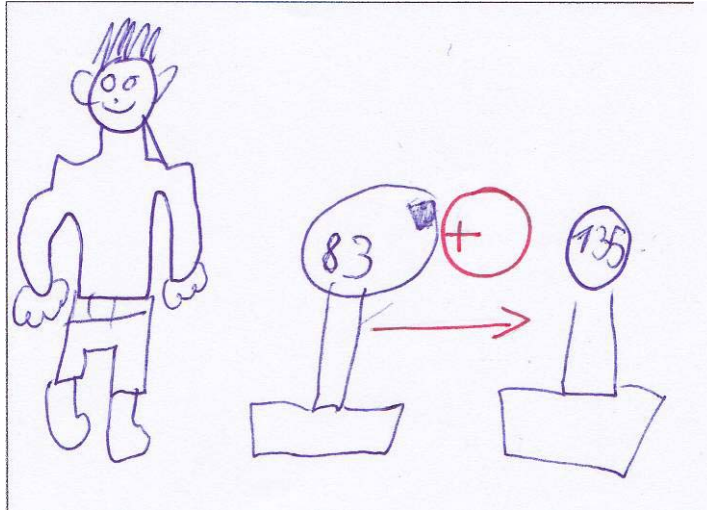


Paula

## Annexe 9

### Schémas des élèves – Séquence 2 – Résolutions de problèmes et schématisations Deuxième séance (en rouge, mon aide)

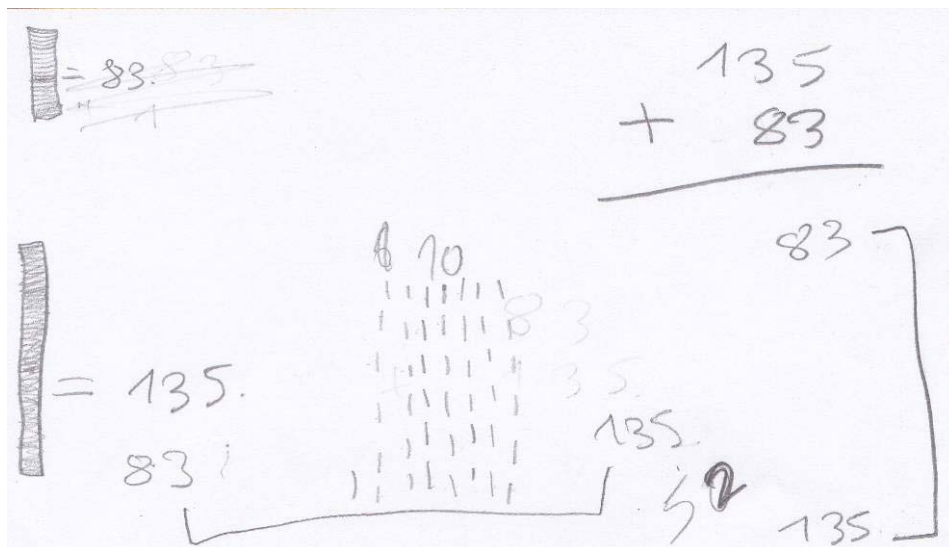
\* **Problème : Partie de cartes d'Alexis** (transformation d'état avec recherche de la transformation positive)



Coralie



Léon



Paula

## Annexe 10

### Schémas des élèves – Séquence 2 – Résolutions de problèmes et schématisations Troisième séance (en rouge, mon aide)

\* **Problème : *Partie de cartes de Cédric*** (transformation d'état avec recherche de la transformation positive)

Il a gagné

99 → 78 → 79

$$\begin{array}{r} 99 \\ - 78 \\ \hline 21 \end{array}$$

on devait faire  
- 99 - 78 = 21

Paula

$$\begin{array}{r} 99 \\ + 78 \\ \hline 177 \end{array}$$

78 → 99

Olivia

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times 99 \\ \hline 7722 \end{array}$$

99 → 78

(27)

77  
77  
78

Coralie

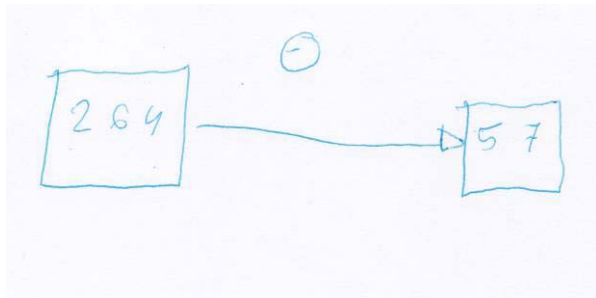
$$\begin{array}{r} 78 \\ \times 99 \\ \hline \end{array}$$

78

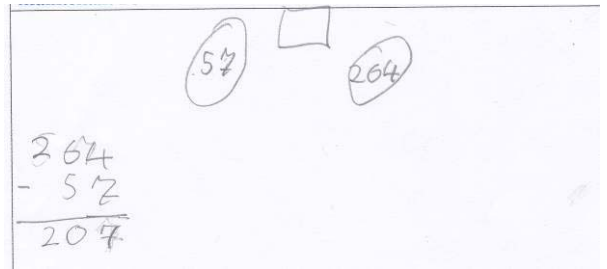
Léon

**\* Problème : L'anniversaire de Jérém**

(transformation d'état avec recherche de l'état initial et transformation positive)



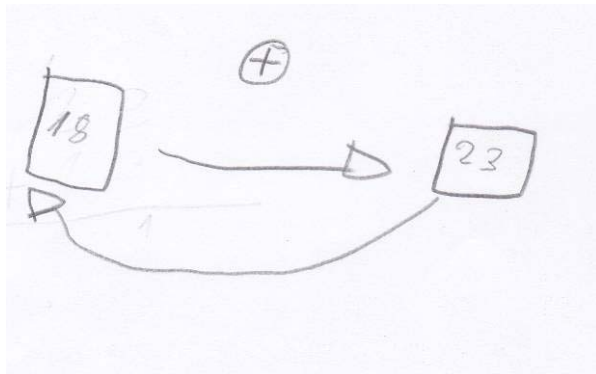
Olivia



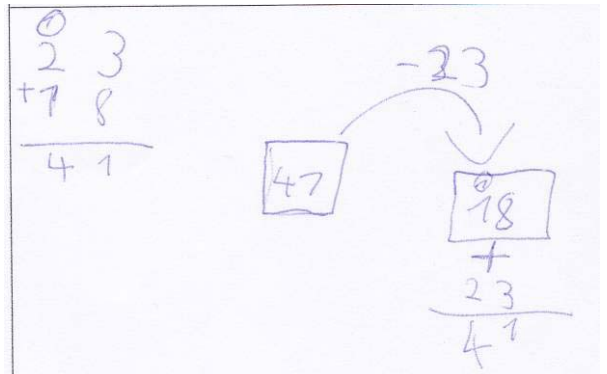
Coralie

**\* Problème : Partie de billes**

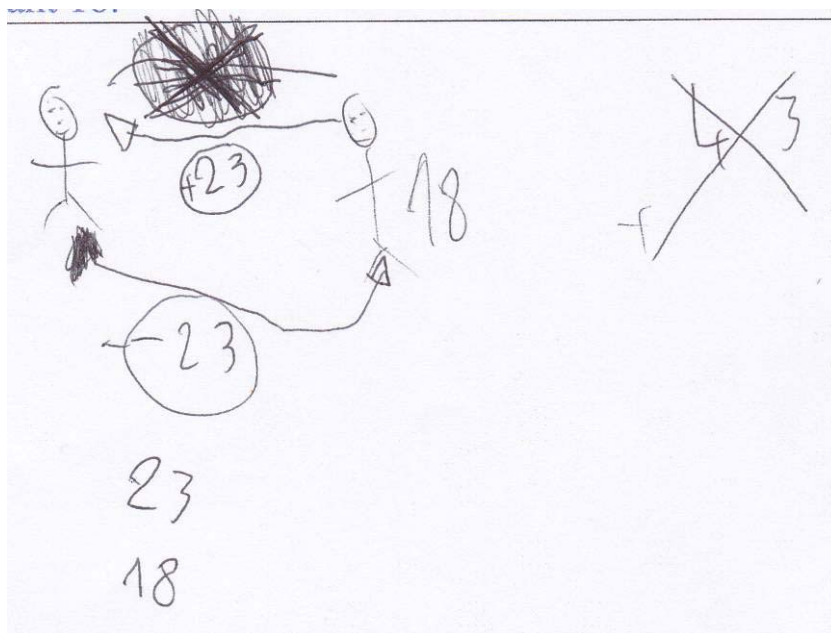
(transformation d'état avec recherche de l'état initial et transformation négative)



Olivia



Coralie



Léon